

ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ



Diplomová práce

Metody analýzy EEG aktivity

Petr Svoboda
17. května 2001

*Don't worry about your difficulties in mathematics,
I can assure you that mine are still greater.*

Albert Einstein

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a všechny použité citace a prameny jsou plně uvedeny v oddíle Literatura.

Dále prohlašuji, že souhlasím s využitím této práce jak Fakultou elektrotechnickou, tak Fakultou dopravní ČVUT v Praze.

V Praze dne 21. 5. 2001

Zadání

Zde bude vložena kopie zadání

Abstrakt

Tato diplomová práce měla za cíl prozkoumat vhodné metody analýzy EEG aktivity s ohledem na detekci a případnou predikci mikrospánku. Kromě klasických metod založených na použití Fourierovy transformace se tato práce zabývá parametrickými metodami a metodami založenými na teorii chaosu, tedy nelineární analýzou. Porovnání jednotlivých metod vychází jak z teoretických předpokladů, tak i z analýz reálných záznamů. U klasických a parametrických metod je diskutován problém kvality spektrálního odhadu, dosaženého frekvenčního rozlišení a citlivosti daných metod na přítomnost šumu v EEG signálu. U parametrických metod je navíc řešena problematika správné volby řádu autoregresního modelu a zkoumána závislost mezi odhadnutým řádem a usínáním. U metod založených na teorii chaosu je z EEG záznamu rekonstruována jeho stavová trajektorie, diskutována volba dimenze stavového prostoru a odhad fraktální dimenze včetně možnosti detekce mikrospánku na základě fraktální dimenze a stavové trajektorie. Na závěr je provedeno zhodnocení analýz EEG záznamů jednotlivými metodami a diskutovány jejich možnosti detekce a predikce mikrospánku.

Abstract

This work deals with the problem of human alertness, especially with detection and possible prediction of microsleep. The main goal is to find adequate methods of EEG signal analysis to monitor the cognitive state of human operator. Classical methods based on Fourier transform, parametrical methods and methods based on Chaos theory are proposed and discussed with respect to theoretical issues and practical applications. The problem of quality of spectral estimate, frequency resolution and noise sensitivity is solved for parametrical and classical methods. Moreover, discussion of effective order selection for parametrical methods is proposed on the basis of Akaike AIC, FPE and Parzen CAT criterias. Finally, this work deals with reconstruction of state-space trajectory, computation of fractal dimension, and discussion of suitable choice of state dimension. Practical results show that continuous effort on this subject could lead to a practical system for noninvasive monitoring of cognitive state of human operator in attention-critical settings.

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval všem, kteří se zasloužili o vznik této práce; především vedoucímu mé diplomové práce Doc. Ing. Mirko Novákovi, DrSc. za příkladné vedení projektu a za podnětné připomínky. Zároveň mé velké poděkování patří i Prof. MUDr. Josefu Faberovi, DrSc. za projevený zájem a nadšení o zkoumanou problematiku a za cenné rady a konzultace z oblasti medicíny. Také bych chtěl poděkovat Ing. Tomáši Tichému za pomoc při praktickém snímání EEG aktivity.

Mé poděkování patří i profesorskému sboru Fakulty elektrotechnické, zvláště Prof. Ing. Vladimíru Maříkovi, Drsc.

V neposlední řadě děkuji svým rodičům za trpělivost a podporu a mým přátelům za hezké chvíle strávené během studia.

Obsah

1	Úvod	9
1.1	Anatomické základy	9
1.1.1	Lidský mozek	9
1.1.2	Spánek a mikros pánek	10
1.1.3	Biologické markery mikros páнку	11
1.2	EEG aktivita	11
1.2.1	Vznik EEG aktivity	11
1.2.2	Způsob měření EEG aktivity	12
1.2.3	Artefakty	13
1.2.4	Specifikace použitého měřícího zařízení EEG	14
1.2.5	Měření	14
2	Základní zpracování signálu	17
2.1	Základní definice a pojmy	17
2.2	Filtrace vyšších pásem dolní propustí	20
2.2.1	Butterworthův filtr	21
2.2.2	Čebyševův filtr	22
2.2.3	Eliptický filtr	24
2.2.4	Porovnání navržených filtrů	25
3	Spektrální analýza	26
3.1	Klasické metody	26
3.2	Aplikace okna	27
3.3	Odhad spektra	28
3.4	Vyhlazení odhadu	29
3.5	Praktická aplikace	29
3.6	Shrnutí výpočtu spektrálního odhadu	30
4	Parametrické metody	32
4.1	Úvod do problematiky	32
4.2	Druhy modelů	33
4.3	Autoregresní estimátor	34
4.3.1	Wiener-Hopfova rovnice	35

4.4	Řád modelu	36
4.4.1	Klasifikace řádem modelu	38
4.5	Spektrální analýza	39
4.6	Porovnání parametrických a klasických metod	39
4.6.1	Frekvenční rozlišení	39
4.6.2	Vliv šumu	41
5	Teorie chaosu	43
5.1	Rekonstrukce stavové trajektorie	44
5.2	Volba časového zpoždění	45
5.2.1	Autokorelační metoda	45
5.2.2	Vzájemná informace	46
5.3	Odhad fraktální dimenze	47
5.3.1	Klasifikace na základě fraktální dimenze	48
5.4	Odhad dimenze stavového prostoru	50
5.4.1	Praktické výsledky při odhadu dimenze stavového prostoru	51
6	Zhodnocení výsledků	52
6.1	Spektrální analýza	52
6.2	Parametrické modely	53
6.3	Teorie chaosu	53
6.4	Závěr	53
7	Přílohy	57

Kapitola 1

Úvod

Tato práce je součástí dlouhodobého projektu řešeném na Fakultě dopravní ČVUT v Laboratoři spolehlivosti. Cílem projektu je vytvořit metodiku a následně i zařízení, které by bylo schopno detekovat a případně i predikovat nástup mikrospánku u osob (dále probandů), které po dlouhou dobu obsluhují složitý umělý systém. Markerem pro detekci je zde elektrická aktivita mozku. Úkolem této diplomové práce je nalézt, aplikovat a porovnat vhodné metody zpracování elektroencefalografické aktivity mozku (EEG) s ohledem na predikci mikrospánku tak, aby z nich bylo možno vyjít při návrhu vhodných klasifikátorů. První kapitola obsahuje nutné anatomické poznámky, detaily provedených experimentů a technické specifikace dané problematiky. Druhá kapitola se zabývá základním zpracováním EEG signálu. V dalších třech kapitolách jsou prezentovány použitelné metody analýzy EEG signálu. Jedná se o metody klasické, parametrické a metody založené na teorii chaosu. V poslední kapitole jsou porovnány jednotlivé metody a zhodnoceny výsledky. Přílohy na konci této práce ukazují praktickou aplikaci použitých metod na reálných EEG záznamech.

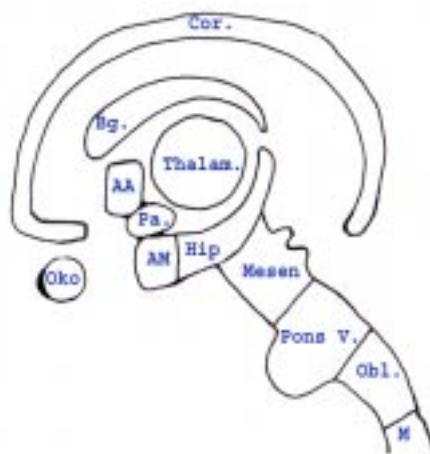
1.1 Anatomické základy

1.1.1 Lidský mozek

Lidský mozek je velice složitý systém, který se stará o somatické funkce (metabolismus, imunitu, kardiovaskulární systémy aj.), psychické funkce (vigilitu, reaktivitu, spánek, paměť aj.) i sám o sebe. Je součástí centrální nervové soustavy, která se skládá z mozku, mozečku, mozkového kmenu a míchy.

Histologicky je koncový mozek rozdělen na šedou a bílou hmotu. Šedá hmota tvoří takzvanou mozkovou kůru a je topograficky rozdělena dle Brodmannovy mapy na 52 areí. Jednotlivé arei se označují čísla a reprezentují určitou funkční jednotku. Bílá hmota sestává z asociačních a komisurálních vláken. Tyto vlákna propojují jednotlivé úseky mozkové kůry. Mezimozek

se skládá z thalamu, subthalamu, hypothalamu a hypofýzy. Thalamus, subthalamus a hypothalamus obsahují jádra propojující nervová vlákna jdoucí z periférie do korové oblasti. Hypofýza má jak funkci nervovou, tak funkci hormonální. Mozeček je možné řadit ke kontrolním systémům motoriky. Jeho funkce je zodpovědná za vzpřímené polohy těla, rovnováhu, regulaci svalového tonu a řízení jednotlivých pohybů. Prodloužená mícha, je součástí mozkového kmene. Zde jsou mimo jiné uložena jádra hlavových nervů. Schematický náčrt mozku včetně popisu jednotlivých oblastí je na obrázku 1.1.



Obrázek 1.1: **Hlavní struktury mozku.** Cor. - kůra mozková (cortex), Bg. - bazální ganglia, Pa. - pallidum, Thalam. - thalamus, Am. - amygdala (součást limbického systému), AA - area adolfactoria (donátor alfa rytmu), Mes. - střední mozek (mesencephalon), Pons V. - Varolův most (obsahuje centra pro paradoxní spánek), Obl. - prodloužená mícha (oblongata), M - mícha hřbetní. Obrázek nakreslen podle Prof. Fabera.

Mozkové struktury je možno rozdělit na thalamo-kortikální systém a na septo-hippokampový systém. Thalamo-kortikální systém realizuje reaktivitu a racionální mentaci (neboli logické myšlení) a částečně synchronní spánek. Produkuje tzv. alfa a beta aktivitu. Septo-hippokampový systém je ústředím limbického systému. Jsou v něm obsaženy paměťové stopy, emoce, pocit reality a struktura osobnosti. Je anatomickým generátorem tzv. theta aktivity (viz [1]).

1.1.2 Spánek a mikrosnánek

U zdravého člověka existují dvě základní fáze spánku, paradoxní (označovaný zkratkou REM z ang. rapid eye movement) a synchronní (nonREM). U synchronního spánku se v EEG křivce objevují pomalé vlny s vysokou amplitudou a frekvencí kolem 1 až 4 Hz. Tyto vlny odpovídají převážně synchronní činnosti stejných neuronových celků jako při mozkové aktivitě

bdícího člověka, který má zavřené oči. Centrum synchronního spánku lze nalézt v prodloužené míše. U paradoxního spánku nejsou v EEG záznamu znát pomalé vlny, ale obsahuje vlny nízké a rychlé podobné záznamu bdícího člověka s otevřenými očima. Centrum paradoxního spánku se nachází v mostové části mozkového kmene. U synchronního spánku nedochází k pohybu očí, u paradoxního spánku jsou pohyby očí rychlé.

Mikrospánek je krátce trvajícím povrchním spánkem, který může být mělký (lehký) s otevřenými očima nebo hluboký se zavřenými očima a s možným přechodem do první fáze synchronního spánku.

1.1.3 Biologické markery mikrospánku

Parametrů identifikujících mikrospánek lze najít celou řadu. K nejvýznamnějším patří elektrická aktivita mozku, frekvence dechu, frekvence tepu srdce, pohyb očí (víček), kožní odpor aj. Ideální by bylo snímat všechny tyto parametry současně a z nich vyhodnocovat stav probanda. Tato možnost by ovšem daného probanda značně zatěžovala a byla by finančně náročná. Z uvedených parametrů obsahuje elektrická aktivita mozku nejvíce informace (např. pohyb očí a mrkání lze snadno analyzovat z EEG aktivity) a je pro detekci či případnou predikci mikrospánku nevhodnější. Proto se v této práci zaměřím na detekci mikrospánku z elektrické aktivity mozku.

1.2 EEG aktivita

1.2.1 Vznik EEG aktivity

Základní elektrická aktivita mozku byla poprvé popsána v 19. století u neanestezovaných zvířat. Systematickou analýzu EEG provedl později psychiatr Hans Berger, který zavedl termín *elektroencefalogram (EEG)*. Termín EEG označuje záznam výchylek elektrických potenciálů registrovaných z mozku. EEG se získává pomocí elektrod umístěných na kůži lebky. Elektrická aktivita mozku vzniká synchronizací činnosti velké populace neuronů kůry mozku. Zásadně se na jejím vzniku podílí thalamus. Při získávání EEG záznamu registrujeme převážně aktivitu povrchnějších vrstev šedé hmoty kůry mozkové.

Nejčastěji vychází popis EEG záznamu z frekvenčních spekter získaných použitím Fourierovy transformace. Analýza touto metodou našla své uplatnění převážně díky výpočetně nenáročným rychlým Fourierovým transformacím. Dlouholeté pokusy ukázaly určité závislosti mezi duševním stavem člověka a frekvenčním spektrem jeho EEG.

Ve frekvenčním pásmu rozeznáváme čtyři základní pásma (rytmy)¹, které se liší frekvencí i amplitudou. Tyto rytmy odpovídají spontánní aktivitě

¹Kromě čtyř základních rytmů se v EEG objevuje řada dalších rytmů např. mí rytmus, lambda vlna, rytmus sigma, spánková vřeténka aj.

mozku.

Název	Frek. [Hz]	Amp. [μV]	Výskyt
δ (theta)	0,5 – 4	100 – 150	-
θ (delta)	4 – 8	50	přední oblasti mozkových hemisfér
α (alfa)	8 – 15	20 – 50	parieto-okcipitální oblasti
β (beta)	15 – 35	10 – 20	frontální oblasti

Tabulka 1.1: Základní rytmy EEG aktivity.

Theta rytmus má pravidelný sinusoidální průběh. Theta rytmus je normální aktivitou v septo-hipokampovém okruhu, kde se objevuje v průběhu zvýšené pozornosti a pravděpodobně koreluje se zpracováním informace. Na povrch mozku se tato aktivita nepromítá.

Delta rytmus se objevuje v útlém dětství, v dospělosti pak pouze v hlubších a hlubokých fázích nonREM spánku. U bdělého dospělého člověka je tento rytmus vždy patologický (za předpokladu dostatečně velké amplitudy).

Alfa rytmus je u dospělého člověka nejvýznamnější složkou EEG. Objevuje se při relaxované bdělosti (relaxující člověk v bdělém stavu se zavřenými očima) a tlumí se pozorností, hlavně pak zrakovým vjemem. Frekvence alfa rytmu se mění s věkem a může se mírně měnit při hypoglikémii, snížení tělesné teploty, hyperventilaci apod.

Beta rytmus je nepravidelný rytmus s nízkou amplitudou. Je charakteristický pro bdělý stav s otevřenými očima a pro paradoxní spánek.

Blokáda alfa rytmu

Při otevření očí je alfa rytmus nahrazen nepravidelnou aktivitou s nízkou amplitudou bez dominantní frekvence, neboli nastává blokáda alfa rytmu. Obecně se tento jev jmenuje desynchronizace. Desynchronizace může nastat i při zavřených očích jakýmkoliv typem sensorické stimulace nebo duševní činností.

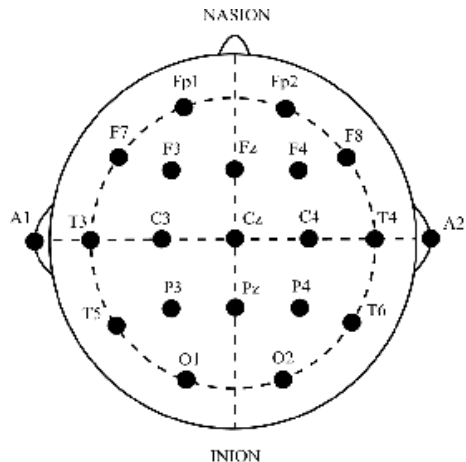
Evokované potenciály

Primární vyvolané odpovědi (evokované potenciály) jsou výrazem příchodu specifické sensorické informace od příslušných korových oblastí mozku.

1.2.2 Způsob měření EEG aktivity

EEG je měřeno podle mezinárodního schématu navrženém H. Jasperem, tzv. systémem "10/20" (viz obrázek 1.2). Vzdálenost elektrod je 10% nebo 20%

v obou rovinách, tedy jak v rovině podélné, tak i v rovině příčné.



Obrázek 1.2: Rozvržení elektrod podle mezinárodního systému "10/20". Jednotlivé oblasti mozku jsou označeny písmeny: Fp - prefrontální, F - frontální, C - centrální, P - parietální, O - okcipitální, T - temporální. Lichá čísla označují levou hemisféru a sudá čísla pravou hemisféru, písmenem "z" (zero) se značí střed mezi oběma polokoulemi.

Režimů snímání EEG existuje několik (unipolární režim, bipolární režim, zprůměrovaný režim). Při měření prováděných v rámci této diplomové práce byla použita společná referenční elektroda, která je zapojená na oba ušní lalůčky (A1, A2). Jedná se o unipolární režim.

Výsledný EEG záznam má velice malou energii, elektrický potenciál je řádově několik desítek μV . Pro měření jsou používány elektrody, které jsou zapouzdřeny v umělé hmotě a přenos z povrchu lebky na elektrodu zprostředkovává vodivý gel, který snižuje impedanci přechodu elektroda-kůže.

1.2.3 Artefakty

Velice často je EEG křivka znehodnocena šumem, který je v lékařské terminologii označován jako artefakt. Artefaktem rozumíme takový jev, který nemá fyziologický původ v mozku. Artefakty jsou jak technického (impulsní rušení, nedostatečné stínění magnetických polí, technologický vliv elektrod, šum elektronických obvodů ad.), tak i biologického rázu (pohyby očních víček a bulv, svalové artefakty, dýchací pohyby, změny kožního odporu ad.). Technické artefakty lze v mnoha případech odstranit nebo alespoň výrazně potlačit. U biologických artefaktů je jejich odstranění velice složité nebo dokonce nemožné.

1.2.4 Specifikace použitého měřícího zařízení EEG

Použité měřící zařízení bylo vyvynuto českou firmou Alien technik v Hronově na základě spolupráce s 1. Lékařskou fakultou UK, Fakultou dopravní ČVUT a Vojenskou akademií, Brno. Umožňuje snímání EEG aktivity s použitím až 32 kanálů. Zařízení je připojeno k počítači přes optický kabel. Získaná data jsou průběžně ukládána do počítače. Z technických specifikací zařízení je důležitá vzorkovací frekvence, která je rovna 128 Hz. Tato volba je rozumná, neboť šířka pásma EEG aktivity je 35 Hz. Nyquistova frekvence je v tomto případě 64 Hz a digitalizovaný signál je možno rekonstruovat beze ztráty informace (viz "vzorkovací věta", kap. 2.1). Je třeba vzít v úvahu, že EEG signál často obsahuje rušení svalovou aktivitou, která se většinou objevuje v beta pásmu EEG aktivity a může dosahovat i vyšších frekvencí. Aby tato aktivita negativně ovlivnila rekonstrukci EEG signálu, musela by překročit hodnotu 93 Hz (jedná se o tzv. aliasing efekt). V běžné praxi lze tuto alternativu vyloučit.

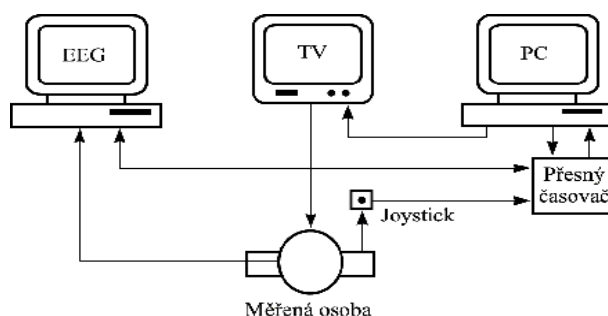
Přístroj je dodán se softwarem, který umožňuje prohlížení natočených záznamů a základní analýzu signálu (frekvenční a koherenční mapy). V tomto softwaru je proveden základní popis signálu a jsou označeny výseky určené pro zpracování. Pro ukládání měřených záznamů používá tento software vlastní standard. Bylo tedy třeba vyřešit konverzi dat do matlabu. Pro konverzi dat jsem vytvořil dvě utility v programovacím jazyku C++. První z nich připraví soubor pro import, druhá umožňuje tvořit časové výseky. Samotnou konverzi do matlabu zajišťuje skript nahraj.m. Tento skript importuje data do matice, kde každý sloupec odpovídá jedné elektrodě. Pro snadnou orientaci v datech je možno použít skript promene21.m (respektive promene32.m, v závislosti na počtu zpracovávaných elektrod), který vytvoří z matice dat samostatné vektory popsané podle standartního značení elektrod tedy *Fp1,Cz,O3* apod. Všechny popsané utility lze nalézt na přiloženém CD.

1.2.5 Měření

Pozornost probanda se v průběhu doby neustále mění. Dlouhodobým sledováním monotónního obrazu či situace roste únava a dochází k poklesu pozornosti probanda a možného vzniku mikrosnánu. Zvyšující se únava má za následek zpomalení reakce a to jak na zvukový, tak na optický vjem. Pravděpodobnost správné reakce na vzniklý podnět klesá. Aby bylo možné určit subjektivní hranici poklesu pozornosti probanda, je třeba měřit jeho reakční dobu na vzniklý podnět. Reakční dobou zde budu rozumět časový interval mezi počátkem působení podnětu a ukončením odpovídajícího reakčního procesu.

Na základě měření délky reakční doby je určen pokles pozornosti a vznik mikrosnánu. Aby měl proband podmínky podobné skutečnému provozu,

je na televizní obrazovku promítán videozáznam natočený přímo v terénu. Jedná se o snahu navodit situaci podobnou dlouhodobé obsluze umělého systému. Zároveň je operátor nucen reagovat na optické nebo zvukové vjemy.



Obrázek 1.3: Schéma měření EEG a reakčního času. Obrázek převzat z [6].

Podle reakční doby a daného stavu ve kterém se proband nachází lze zpracovávaný EEG záznam rozdělit do tří základních skupin ².

- Vigilita (bdění) - reakční čas se pohybuje v intervalu od 180 ms do 400 ms.
- Relaxace (uvolnění) - reakční čas se pohybuje v intervalu od 400 ms až 800 ms.
- Somnolence (mikrospánek) - reakční čas se pohybuje v intervalu od 800 ms do 1200 ms, kde přestává operátor reagovat a přechází do plynulého spánku.

Pro praktickou analýzu EEG aktivity jsem použil záznamy dvou strojevedoucích a čtyř studentů ve dvou fázích. V první fázi se jednalo o běžné měření EEG, v druhé fázi byli měření probandi unavení a nevyspalí. Věková hranice probandů se pohybovala mezi 21 a 65 lety. Jako reakci na podnět bylo ve všech případech použito zvukového vjemu (reakce na zvukový podnět je oproti optickému rychlejší).

Aby bylo možno porovnat schopnosti detekce mikrospánku jednotlivých metod, byly pro analýzu vybrány segmenty záznamů, při kterých se proband nacházel v následujících třech stavech.

- relaxující člověk s otevřenými očima
- relaxující člověk se zavřenými očima (vigilita)

²Je třeba poznamenat, že takovéto rozdělení do třech skupin je subjektivní záležitostí, neboť reakční doba je u každého jedince poněkud jiná. V laboratorních podmínkách se při očekávaném podnětu reakční časy neunaveného probanda pohybují okolo 250 ms.

- usínající člověk se zavřenýma očima (somnia)

Rozdělení záznamů do uvedených kategorií bylo provedeno na základě měření reakčního času, konzultace a odborné pomoci Prof. MUDr. Josefa Fabera, DrSc. U každého probanda byly vybrány tři úseky záznamu pro každý z uvedených stavů. Zhodnocením výsledku se zabývá kap. 6. Aplikaci jednotlivých metod na daná data je možno vidět v příloze na konci této práce.

Kapitola 2

Základní zpracování signálu

První část této kapitoly obsahuje základní definice a pojmy použité v této práci. Druhá část kapitoly se zabývá základním předzpracováním EEG signálu - filtrací vyšších pásem dolní propustí.

2.1 Základní definice a pojmy

Pro základní popis náhodných signálů, kam řadíme i EEG signály, se používají soubory vhodných charakteristik (jedná se zejména o tzv. statistickou analýzu). V praxi je vždy k dispozici pouze signál konečné délky (konečný počet vzorků). Tím je ovlivněna i přesnost vypočítaných charakteristik; jedná se tedy o jejich odhady. Přesnost odhadu je možno určit relativní chybou, nebo intervaly spolehlivosti. Pojmy a definice vycházejí z [11] a [12].

Základní pojmy

Signály uvažované v této práci jsou diskrétní a budu je značit jako $x(nT)$, případně zkráceně jako $x(n)$, kde $n = 1, 2, \dots, N$ a N je počet vzorků. Vzorkování signálu je dáno *vzorkovací frekvencí* f_{vz} která je převrácenou hodnotou *vzorkovací periody* T . *Nyquistova frekvence* je definována jako $f_{nq} = 0.5 \cdot f_{vz}$.

Odhad střední hodnoty

$$\hat{\mu} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N x_k[n] \quad (2.1)$$

Odhad rozptylu

$$\hat{\sigma}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N (x_k[n] - \mu)^2 \quad (2.2)$$

Centrovaný signál

Pokud od každého vzorku signálu odečteme střední hodnotu signálu, získáme centrovaný signál, tedy

$$x_c(i) = x(i) - \hat{\mu}, \quad \text{kde } i = 1 \dots N \quad (2.3)$$

Kvalita odhadu

Hledáme takový odhad $\hat{\theta}$ náhodné charakteristiky θ , který by byl nevychýlený a asymptoticky nestranný.

Odhad je *nevychýlený*, pokud platí

$$E[\hat{\theta}] = \theta \quad (2.4)$$

Odhad $\hat{\theta}$ je *asymptoticky nestranný*, pokud s rostoucím počtem zpracovávaných vzorků M konverguje vychýlení odhadu k nule

$$\lim_{M \rightarrow \infty} b[\hat{\theta}] = \theta - E[\hat{\theta}] = 0 \quad (2.5)$$

Odhad je *konzistentní*, pokud s rostoucím počtem zpracovávaných vzorků (M) konverguje k odhadovanému parametru θ

$$\lim_{M \rightarrow \infty} E[(\hat{\theta} - \theta)^2] = 0 \quad (2.6)$$

Intervaly spolehlivosti

Kvalitu odhadu je možno popsat *intervaly spolehlivosti*. Do intervalu spolehlivosti se odhadovaný parametr $\hat{\theta}$ "vejde" (bude obsažen v tomto intervalu) s předem zvolenou pravděpodobností $1 - \alpha$. Interval spolehlivosti se konstruuje pomocí

$$Pr\{\hat{\theta} - \delta_1 \leq \theta \leq \hat{\theta} + \delta_2\} = 1 - \alpha, \quad \text{kde } \delta_1, \delta_2 > 0 \quad (2.7)$$

Intervaly spolehlivosti budu použity ve třetí kapitole pro určení kvality spektrálních odhadů.

Autokovarianční funkce

Autokovarianční funkce vyjadřuje míru závislosti mezi hodnotami signálu vzdálených o daný časový interval τ . Autokovarianční funkce určená pro okamžiky t a $t + \tau$ je definována momentem druhého řádu následovně

$$R_{xx}(\tau) = E[x_c(t) \cdot x_c(t + \tau)], \quad \text{kde } x_c \text{ je centrovaný signál} \quad (2.8)$$

Odhad kovarianční funkce signálu x_c je následující (m je voleno tak, aby splňovalo podmínku $m \leq 0.1N$).

$$\hat{R}_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-r} x_c(iT) \cdot x_c(iT + \tau), \quad \tau = r \cdot T, r = 1 \dots m \quad (2.9)$$

Tento odhad nesplňuje podmínku (2.4) a je tedy vychýleným odhadem. Konzistentní odhad získáme nahrazením výrazu $1/N$ v rovnici (2.9) výrazem $1/(N - r)$, přičemž musí být splněna podmínka $r \ll N$.

Autokorelační funkce

Autokorelační funkce je ekvivalentem autokovariační funkce pouze s tím rozdílem, že se výpočet provádí s necentrováním signálem $x(n)$.

Wiener-Chinčiny vztahy

Vzájemnou závislost korelační funkce a spektra signálu popisují Wiener-Chinčiny vztahy

$$G_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad -\infty < f < \infty \quad (2.10)$$

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_{xx}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad -\infty < \tau < \infty \quad (2.11)$$

Stacionarita

Stacionární je takový signál, u kterého se posunem po časové ose nezmění jeho charakteristiky. Rozlišujeme stacionaritu v *užším* a v *širším smyslu*.

Definice 1 *Náhodný proces se nazývá stacionární v širším smyslu, právě tehdy, když je jeho střední hodnota časově invariantní $\mu(t) = \mu$ a autokorelační funkce je závislá pouze na časovém rozdílu $\tau = t_j - t_i$, tj. $R(t_i, t_j) = R(t_j - t_i) = R(\tau)$ [11].*

V praxi většinou stačí ověřit stacionaritu v širším smyslu, neboť splnění této podmínky dává dobrý předpoklad pro stacionaritu v užším smyslu.

Vzorkovací věta

Zpracovávaný signál je třeba vzorkovat frekvencí f_{vz} , která je alespoň dvakrát větší než je šířka pásma B signálu $x(t)$. Pro vzorkovací krok platí $T = 1/f_s \leq 1/2B$.

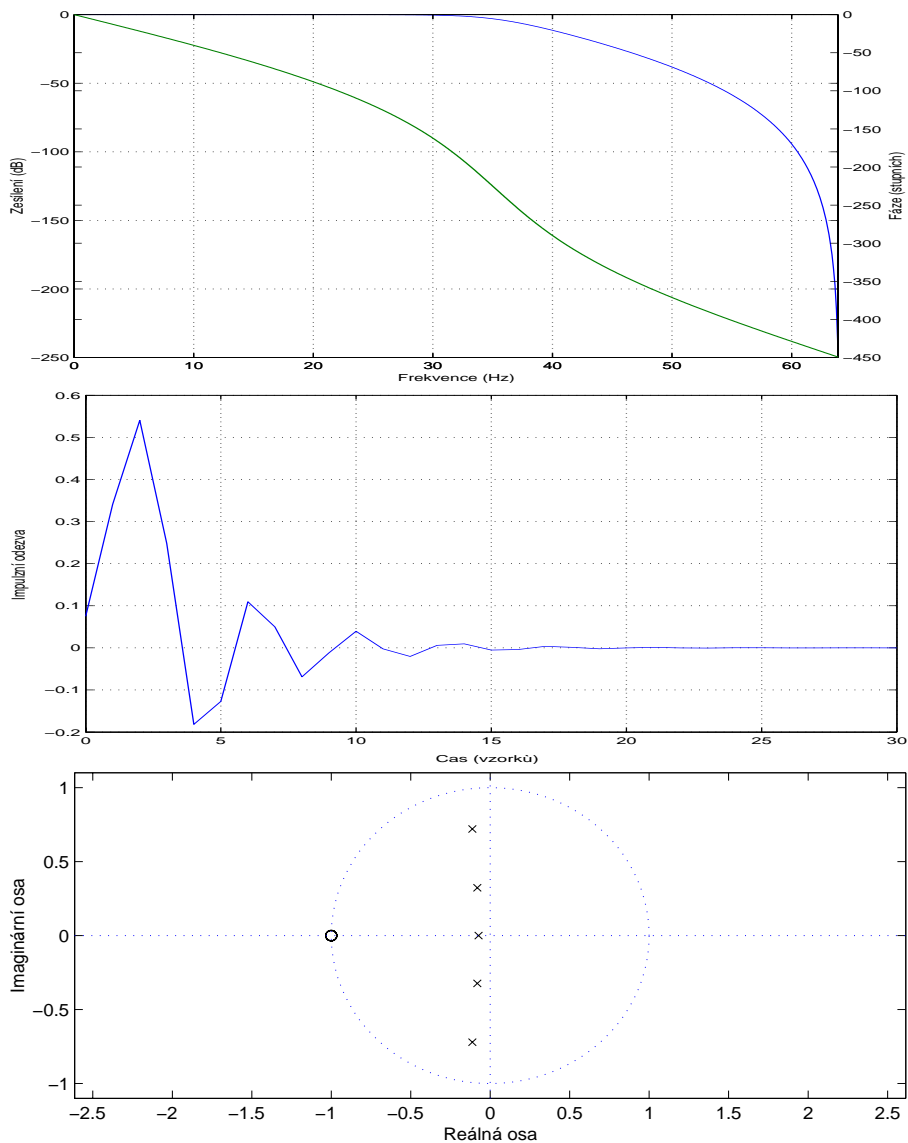
2.2 Filtrace vyšších pásem dolní propustí

Frekvenční rozsah elektroencefalografické aktivity mozku se pohybuje v oblasti od 0,5 do 35 Hz. V oblasti mezi 15 až 35 Hz se velice často projevuje svalová aktivita, která je v mnoha případech neodlišitelná od beta aktivity mozku. Z těchto důvodů je třeba filtrovat vstupní signál vhodně zvolenou dolní propustí jejíž kritická frekvence je v rozmezí 15 až 35 Hz. Návrh dolnoproputních filtrů vychází z požadovaného průběhu frekvenčních charakteristik, zejména sledujeme chování filtrů v oblastech *propustného pásma*, *přechodného pásma* a *potlačeného pásma*. Cílem návrhu je minimalizovat šířku přechodného pásma a překmity v propustném pásmu a v potlačeném pásmu. Pro návrh dolní propusti jsem použil základní běžně používané typy IIR (z angl. infinite impulse response) filtrů. Jedná se o Butterworthův, Čebyševův a eliptický filtr. U těchto filtrů bylo třeba zajistit jejich stabilitu, tedy zajistit, aby všechny póly z obrazu přenosové funkce filtru ležely uvnitř jednotkové kružnice. Tato volba zaručuje konečnou odezvu filtru na vstupní signál. Z impulzní charakteristiky je možno sledovat rychlost ustálení a velikost překmitu na Diracův impulz. Dané filtry jsem navrhl a odsimuloval v prostředí Matlab s použitím Signal Processing Toolboxu. Přesný popis výpočtu těchto filtrů lze nalézt například v [12].

Přenosové funkce uvažovaných filtrů budu dále vyjadřovat v tzv. Z -transformaci. Frekvenční rovina $z = u + j\omega$ (kde $j = \sqrt{-1}$) je svázána s fyzikální (Laplaceovou) frekvenční rovinou $p = \sigma + j\omega$ transformačním vztahem $z = e^{\sigma T_s} \cdot e^{j\omega T_s}$, kde T_s je vzorkovací perioda.

2.2.1 Butterworthův filtr

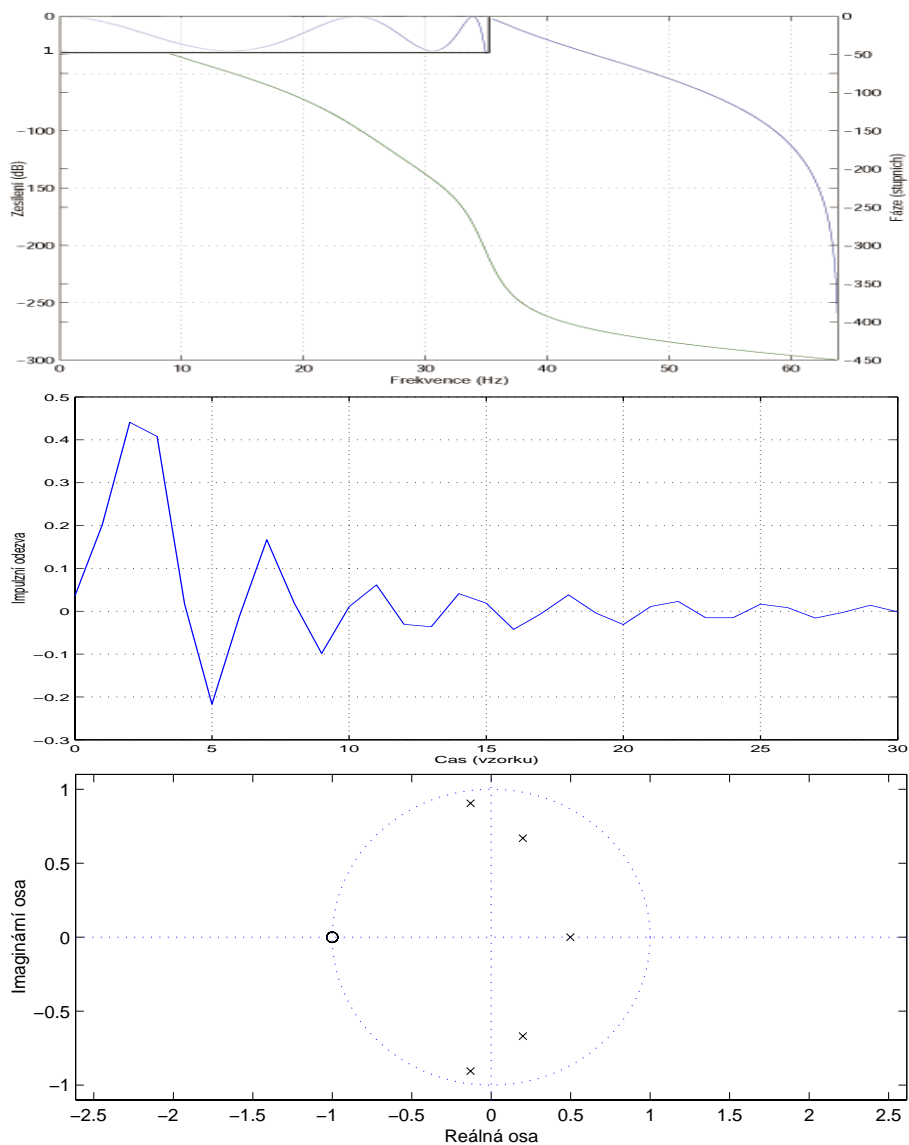
Amplitudová charakteristika tohoto filtru je maximálně plochá; její průběh je monotónní a pokles v přechodovém pásmu je $N * 20dB/dek$, kde N je řád filtru.



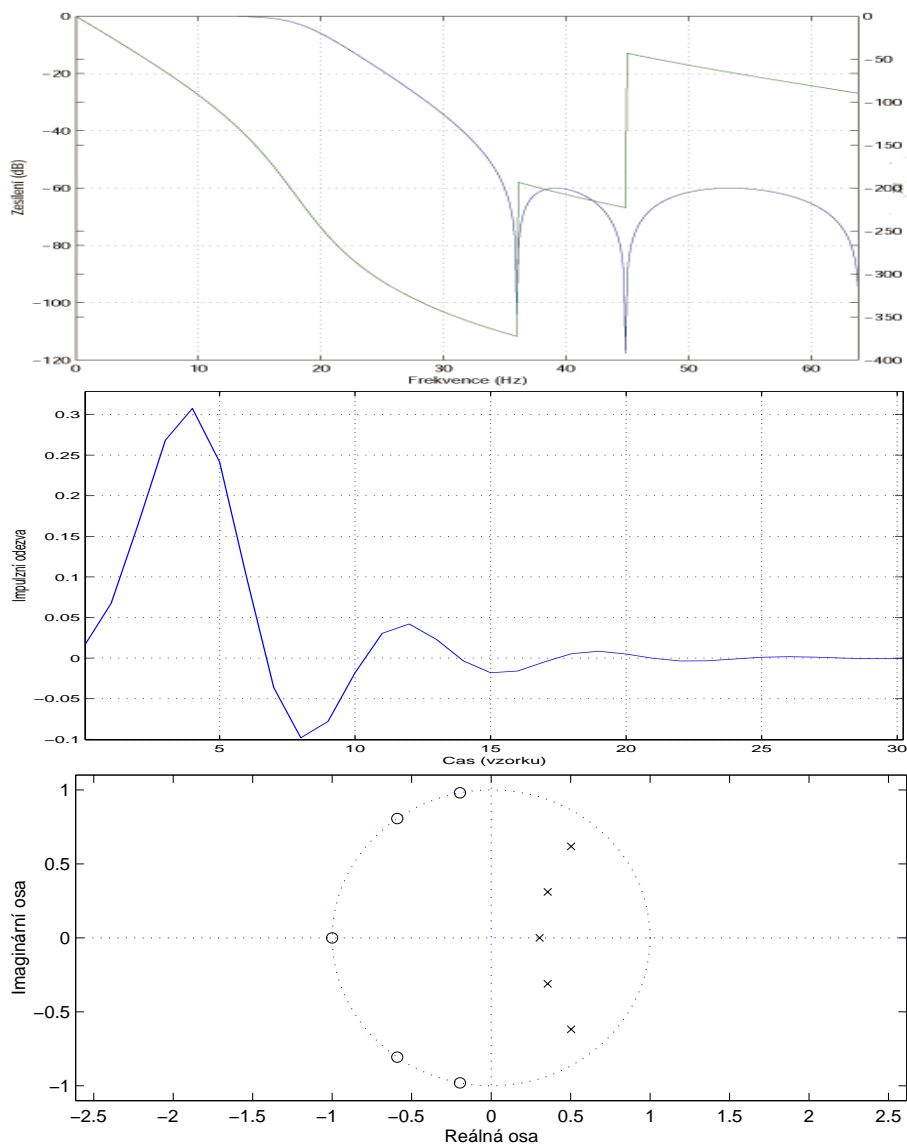
Obrázek 2.1: **Butterworthův filtr 5. řádu**. Nahoře amplitudová a fázová charakteristika (modře-amplituda, zeleně-fáze), vprostřed impulzní odezva, dole rozmístění nul a pólů (o-nula, x-pól)

2.2.2 Čebyševův filtr

Čebyševy filtry obsahují zvlnění amplitudové frekvenční charakteristiky. U filtru I. typu je toto zvlnění v oblasti propustného pásma, u filtru II. typu (též tzv. inverzní Čebyševův filtr typu DP) je zvlnění v potlačeném pásmu. Pokles amplitudy v přechodném pásmu je větší než u Butterworthova filtru.



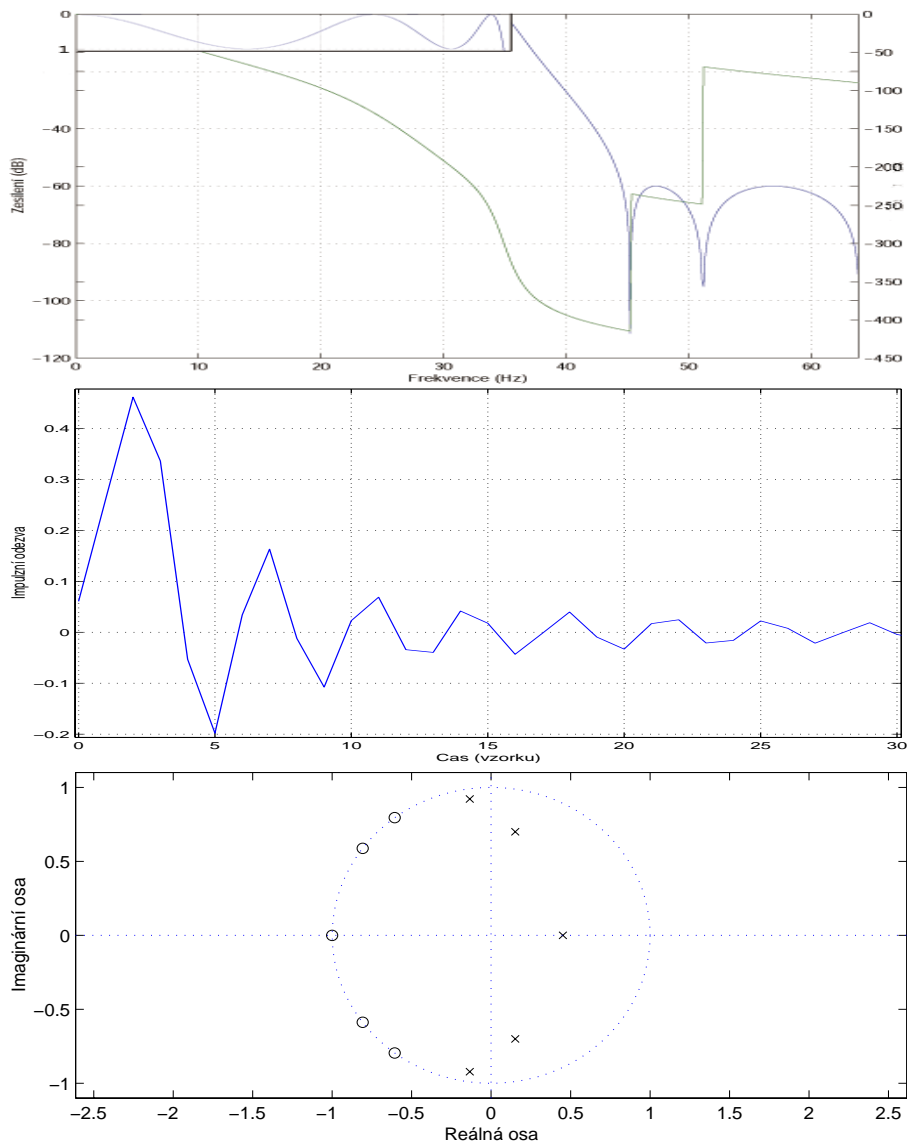
Obrázek 2.2: Čebyševův filtr I. typu 5. řádu. Nahoře amplitudová a fázová charakteristika (modře-amplituda, zeleně-fáze), vprostřed impulzní odezva, dole rozmístění nul a pólů (o-nula, x-pól).



Obrázek 2.3: Čebyševův filtr II. typu 5. řádu. Nahoře amplitudová a fázová charakteristika (modře-amplituda, zeleně-fáze), vprostřed impulzní odezva, dole rozmístění nul a pólů (o-nula, x-pól).

2.2.3 Eliptický filtr

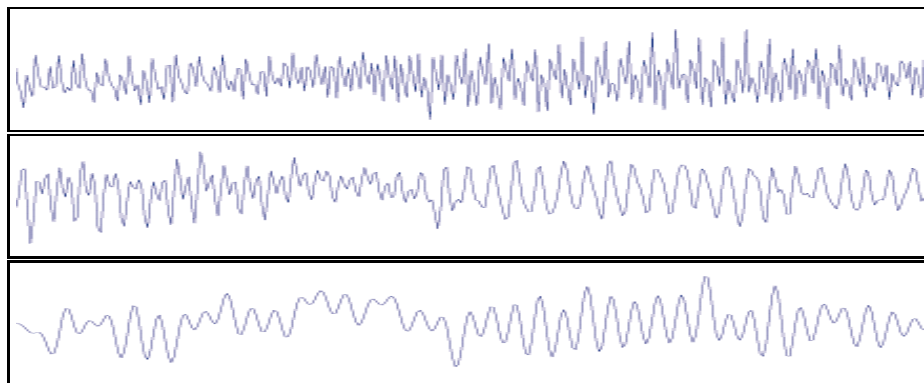
Eliptický filtr vykazuje zvlnění jak v propustném pásmu, tak v potlačeném pásmu. Jedná se o filtr s nejstrmějším poklesem amplitudy v přechodovém pásmu.



Obrázek 2.4: **Eliptický filtr 5. řádu.** Nahoře amplitudová a fázová charakteristika (modře-amplituda, zeleně-fáze), vprostřed impulzní odezva, dole rozmístění nul a pólů (o-nula, x-pól).

2.2.4 Porovnání navržených filtrů

Jak je možno vidět z rozmístění pólů, jsou všechny navržené filtry stabilní. Umístění pólů určuje rychlost ustálení a velikost překmitu při vybuzení filtru vstupním signálem. Pokud vybudím filtr Dirakovým impulzem, získám impulzní charakteristiku a mohu porovnat chování jednotlivých filtrů. Nejrychlejší ustálení a nejmenší překmity vykazuje Butterworthův filtr, který se ustálí již po 15 vzorcích. Nejhorší impulzní odezvu má eliptický filtr, který není ustálen ani po 30 vzorcích. Pokud porovnáme šířku přechodného pásma, má eliptický filtr nejlepší charakteristiku, neboť vykazuje největší pokles amplitudy na dekádu, následuje Čebyševův filtr typ II a I a nakonec Butterworthův filtr, jehož pokles je pouze 50 *dB* na dekádu. Všechny filtry vykazují nelineární fázovou charakteristiku, Butterworthův filtr a Čebyševův filtr I. typu mají tuto charakteristiku monotónní, bez zlomů, oproti eliptickému filtru a Čebyševovu filtru II. typu, jejichž charakteristika je silně nelineární se zlomy způsobenými zvlněním v potlačeném pásmu. U eliptického filtru je první zlom až u frekvence 45 Hz, u Čebyševova filtru II. typu už na frekvenci 35 Hz. Pokud bych navrhoval analogový filtr, rozhodl bych se pro eliptický, neboť má největší pokles v přechodném pásmu a jeho realizace je možná s použitím nižšího řádu než u ostatních filtrů. Při digitální filtraci je nejvýhodnější použít Butterworthův filtr, jehož fázová i impulzní charakteristika má z navržených filtrů nejlepší průběh. Určitou nevýhodou je nižší pokles amplitudy, jenž je možno obejít volbou vyššího řádu filtru. Všechny zpracovávané EEG signály v této práci jsou filtrovány Butterworthovým filtrem 10. řádu o kritické frekvenci 35 nebo 15 Hz v závislosti na konkrétní aplikaci. Příklad filtrace EEG signálu Butterworthovým filtrem je na obrázku 2.5.



Obrázek 2.5: Filtrace EEG signálu Butterworthovým filtrem 10. řádu. Nahoře nefiltrovaný signál, vprostřed signál filtrovaný na 35Hz, dole signál filtrovaný na 15 Hz. Jak je vidět, původní signál obsahuje silné rušení svalovou aktivitou, kdežto u signálu odfiltrovaného na 35 Hz lze pozorovat jak beta tak alfa aktivitu. U signálu filtrovaného na 15 Hz je velmi výrazná alfa aktivita. Délka zobrazeného signálu je 2.5s.

Kapitola 3

Spektrální analýza

Spektrální analýza provádí transformaci signálu z časové oblasti do frekvenční. Tím získáváme tzv. spektrum signálu. Pro náhodné signály, kam je možné zařadit i EEG signál, není tato transformace jednoznačná, neboť se ztrácí informace o fázi signálu. Jelikož se jedná o statistickou charakteristiku, lze mluvit o spektrálním odhadu. Tento odhad není nikdy zcela přesný a je silně ovlivněn nejen charakterem signálu, ale i použitou metodou. Užívané metody lze rozdělit do dvou kategorií: *klasické metody* založené na použití Fourierovy transformace a *parametrické metody* založené na popisu signálu souborem parametrů. Oběma druhy metod se budu podrobně zabývat v této a v příští kapitole a provedu jejich zhodnocení s ohledem na analýzu EEG signálu a jejich možné použití pro predikci mikropánku.

3.1 Klasické metody

Při spektrální analýze EEG signálu se snažím zpracovávat pouze spontánní aktivitu mozku. Pokud signál obsahuje artefakty nebo evokované potenciály (reakce na určitý podnět), je odhadnuté spektrum nepřesné a může způsobit špatnou klasifikaci. Je tedy třeba zajistit, aby zpracovávaný signál byl stacionární, což je nutná podmínka pro určení frekvenčního odhadu. Jako celek je EEG signál nestacionární, jak ukázala studie zabývající se statistickými testy EEG segmentů různých délek. Ve studii bylo zjištěno, že ze všech EEG dat měřených v klidovém stavu (spontánní aktivita) pouze 50 % segmentů délek 2.5 až 5 sekund spňovalo podmínku stacionarity (viz. definice 1). Pokud se s touto hodnotou spokojím a budu vycházet z toho, že analyzovaný segment je dlouhý 3 sekundy (v tomto případě bude více jak 50 % zpracovávaných segmentů stacionární), získám frekvenční rozlišení maximálně 1/3 Hz. Jak ukáži později, tato hodnota se v praxi ještě výrazně sníží, neboť bude třeba rozdělit zpracovávaný segment na více částí.

Klasické metody výpočtu spektrálního odhadu jsou založeny na použití *diskrétní Fourierovi transformace (DFT)*. V praxi se používají dva základní

principy výpočtu, u kterých existuje mnoho modifikací. První a historicky starší metoda je založena na výpočtu autokorelační funkce a následné aplikaci DFT. Jedná se o *autokorelační metodu*. Druhým typem metody je *přímá metoda*, která se prosadila po objevu rychlé Fourierovy transformace (*FFT*). Tato metoda aplikuje FFT přímo na data a následně vypočítá kvadrát modulu, případně provádí vhodné průměrování odhadu. Z přímých metod se nejčastěji používá metoda *modifikovaných periodogramů* a *Welchova metoda*. Welchova metoda poskytuje nejlépe vyhlazený odhad (viz [11]), budu ji tedy používat. Zpracováváný signál je dále uváděn jako x_n , čas jeho trvání jako $T_0 = N \cdot T$, spektrální odhad jako $\hat{G}_{xx}(f_k)$ a vyhlazený odhad jako $\tilde{G}_{xx}(f_k)$. Teoretické úvahy a vzorce je možno nalézt v [11] a [12].

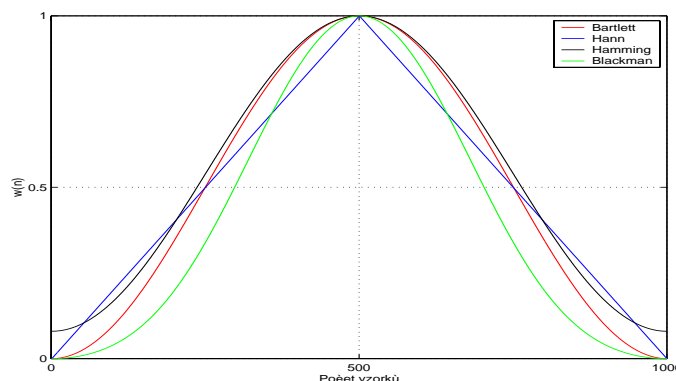
Prvním krokem při spektrální analýze je vycentrovat zpracováváný signál $x(n)$ podle 2.3 na $x_c(n)$.

3.2 Aplikace okna

Jelikož je DFT definována pro periodické signály, je třeba volit počet vzorků N jako celistvý násobek periody signálu. Tuto podmínku EEG signál v zásadě nesplňuje. Dochází k tzv. *rozmazání spektra* (ang. *leakage*), tedy k prosáknutí energie ve spektru do sousedních frekvenčních čar. Pro potlačení rozmazání spektra je tedy třeba použít okno, jehož časový průběh se na obou koncích blíží nule. Zpracováváný signál $x_c(n)$ je proto třeba upravit vynásobením časovým oknem $\omega(n)$.

$$x_w(n) = x(n) \cdot \omega(n) \quad (3.1)$$

Časových oken lze najít celou řadu, např. trojúhelníkové (Bartletovo), Hannovo, Hammingovo či Blackmanovo. Jejich časový průběh je na obrázku 3.1.



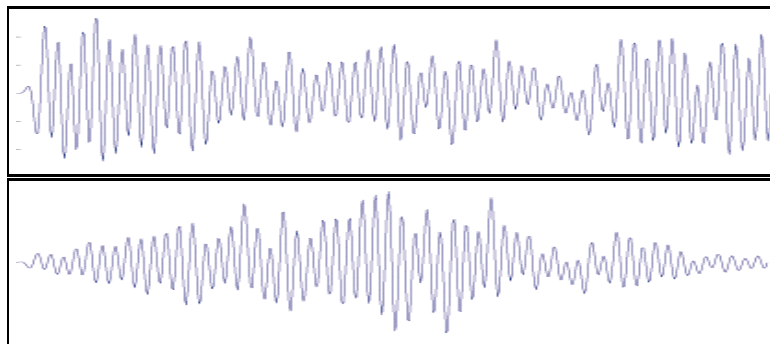
Obrázek 3.1: Průběhy základních oken v časové oblasti (pro $N=1000$).

I přesto, že tato okna mají velmi podobný časový průběh, jejich vlastnosti se liší. Proto se při frekvenční analýze hledá, které okno je nejvhodnější pro

konkrétní aplikaci. Nejčastěji používané okno při zpracování EEG je Hannovo okno, které budu používat. Je definováno následovně

$$w(n) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\pi n/N)), \quad 0 \leq n \leq N \quad (3.2)$$

Ukázka aplikace tohoto okna na EEG signál je na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2: **Aplikace Hannova okna na EEG signál** s dominantní alfa aktivitou. Nahoře původní signál, dole signál upravený oknem (délka zobrazeného signálu je 3.5 s).

Vynásobením signálu oknem se změnila jeho amplituda a tedy i délky odhadnutých spektrálních čar. Tento problém lze odstranit snadnou korekcí přímo ve frekvenční oblasti (viz 7 bod 7).

3.3 Odhad spektra

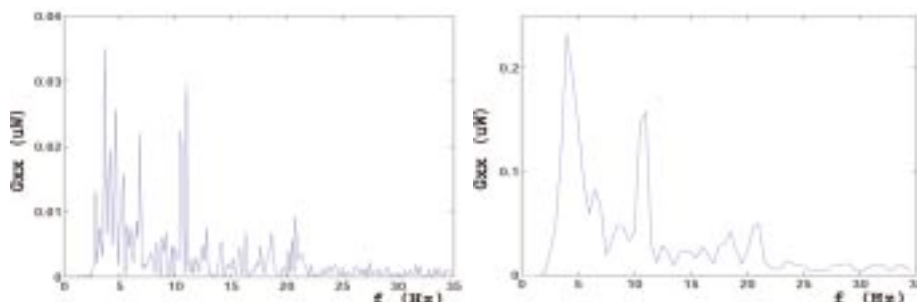
Výkonovou spektrální hustotu EEG signálu je možno definovat jako

$$G_{xx}(f) = 2 \cdot \frac{1}{N} |X(f)|^2, \quad (3.3)$$

kde $X(f)$ je diskrétní Fourierova transformace

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}n \cdot f}, \quad f = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.4)$$

Takto získaný spektrální odhad má maximální frekvenční rozlišení ale minimální statistickou stabilitu. Pro její zvýšení je třeba nalezený odhad vyhladit. Rozdíl mezi vyhlazeným a nevyhlazeným odhadem ukazuje obrázek 3.3.



Obrázek 3.3: Spektrální odhad EEG signálu. Vlevo nevyhlazený, vpravo vyhlazený.

3.4 Vyhazení odhadu

Pro vyhlazení odhadu je třeba rozdělit signál $x(n)$ na M segmentů $x_i(n)$, kde $i = 1, \dots, M$ o délce $L = N/M$. Na každý z těchto segmentů je aplikováno okno a následně spočítán spektrální odhad. Výsledný odhad vznikne zprůměrováním odhadů všech segmentů. Průměrováním klesá frekvenční rozlišení, ale stoupá statistická stabilita odhadu. Následující dva vzorce popisují velikost vychýlení $b[\hat{G}_{xx}(f)]$ a rozptylu $\sigma^2[\hat{G}_{xx}(f)]$ vyhlazeného odhadu

$$b[G_{xx}(f)] \approx \frac{B_e^2}{24} \cdot G''_{xx}(f) \quad (3.5)$$

$$\sigma^2[G_{xx}(f)] \approx \frac{G_{xx}^2(f)}{M}, \quad (3.6)$$

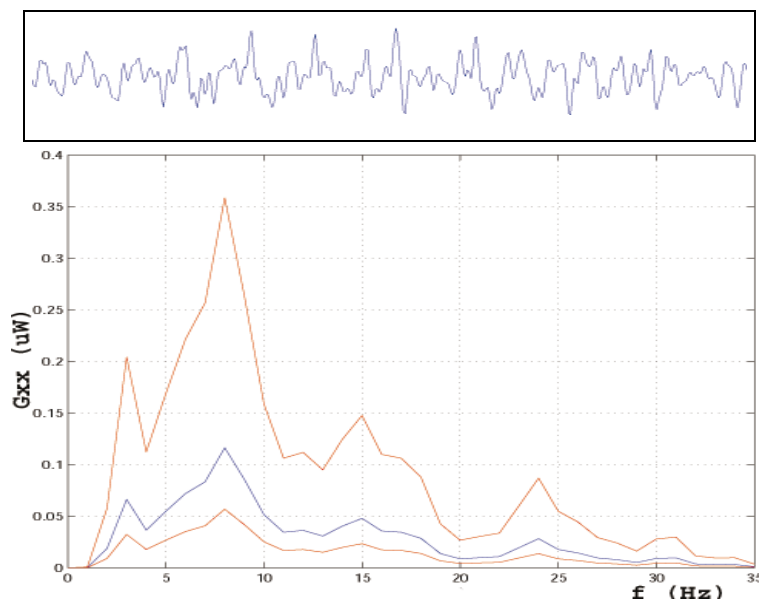
kde $B_e = 1/T_{0i}$ je ekvivalentní šířka pásma odpovídající délce segmentu.

Z těchto rovnic vyplývá, že vychýlení je pouze funkcí frekvenčního rozlišení B_e , zatímco rozptyl je funkcí součinu $B_e \cdot T_{0i}$. S rostoucí délkou segmentu T_{0i} klesá chyba vychýlení, ale roste rozptyl odhadu. Vychýlení má za následek rozmazání spektra, kdežto rozptyl určuje statistickou stabilitu odhadu, tedy chybu odhadu spektrální čáry. **Pokud je odhad nevyhlazený, je každá frekvenční čára odhadnuta s chybou 100%!.** Při volbě počtu a délky segmentů je třeba hledat kompromis mezi frekvenčním rozlišením a stabilitou odhadu.

3.5 Praktická aplikace

Pro zachování podmínky stacionarity (s přihlédnutím ke studii o stacionaritě EEG signálu [10]) uvažují délku zpracovávaného signálu 3s (vzorkovací

frekvence $f_{vz} = 128\text{Hz}$, $N = 384$). Pokud signál rozdělím na 5 segmentů po 1 sekundě, které se překrývají po 0.5 sekundě, bude dosažené frekvenční rozlišení rovno 1 Hz a chyba rozptylu bude přibližně 40%. Tato volba se zdá být rozumná, neboť dosažené frekvenční rozlišení je dostačující a náhodná chyba odhadu relativně nízká. V této práci budu všechny spektrální odhady počítané Welchovou metodou zpracovávat tímto způsobem. Kvalitu takto vytvořeného odhadu je možno ověřit pomocí intervalu spolehlivosti sestaveného podle 2.7. Na obrázku 3.4 je vidět spektrální odhad EEG signálu a interval spolehlivosti na hladině $\alpha = 5\%$.



Obrázek 3.4: Vyhlazený spektrální odhad EEG signálu včetně 95% intervalu spolehlivosti. Nahoře signál odfiltrovaný Butterworthovým filtrem na 35 Hz (délka zobrazeného signálu je 3 s), dole spektrální odhad (červené čáry určují ve které oblasti bude ležet skutečné spektrum signálu s pravděpodobností 95%)

3.6 Shrnutí výpočtu spektrálního odhadu

Princip výpočtu spektrálního odhadu pomocí Welchovy metody popsany v této kapitole lze shrnout do následujících 7 kroků.

1. Vstupní signál $x(n)$ upravím podle 2.3 na centrovaný signál $x_c(n)$.
2. Centrovaný signál $x_c(n)$ rozdělím na M segmentů $x_{ci}(n)$ o délce L .
3. Na každý segment $x_{ci}(n)$ aplikuji vhodné okno $\omega_h(n)$ (v našem případě Hannovo okno).

$$x_{ci}(n) = x_{ci}(n) \cdot \omega_h(n) \quad (3.7)$$

4. Pro každý segment $x_{ci}(n)$ vypočítám spektrum pomocí FFT.

$$X_{ci}(f_k) = T \cdot \sum_{n=0}^{L-1} x_{ci}(n) \cdot e^{-j \frac{2\pi}{L} n \cdot k} \quad (3.8)$$

5. Pro každý segment $x_{ci}(n)$ vypočítám odhad spektrální hustoty \hat{G}_{xxi} .

$$\hat{G}_{xxi}(f_k) = 2 \cdot \frac{T}{L} \left| \frac{1}{T} X_{ci}(f_k) \right|^2 \quad (3.9)$$

6. Pro vyhlazený odhad \bar{G}_{xx} zprůměruji vypočtené \hat{G}_{xxi} všech segmentů.

$$\bar{G}_{xx}(f_k) = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} \hat{G}_{xxi}(f_k) \quad (3.10)$$

7. Úpravou signálu časovým oknem se snížila hodnota vzorků a odhad by byl vychýlený. Je třeba násobit hodnoty vypočteného odhadu hodnotou $1/\sum \omega_h^2(n)$, kde $\omega_h(n)$ je použité okno.

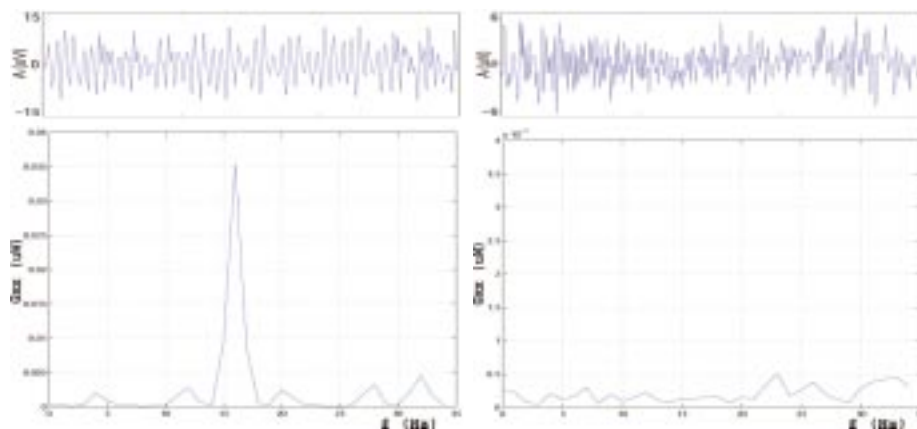
Kapitola 4

Parametrické metody

Účelem parametrických metod je najít vhodný model, který podle určité podmínky aproximuje charakter zpracovávaného signálu. Tyto metody mají mnoho výhod, můžeme jimi snadno získat spektrální odhad signálu, odfiltrout šum (Wienerova filtrace), či dokonce predikovat budoucí vývoj signálu. Nejdůležitější vlastností ovšem zůstává fakt, že pomocí několika málo parametrů je možno popsat celý signál. Návrh vhodného klasifikátoru (či prediktoru) stavu probanda založený na těchto metodách je pak poměrně snadnou záležitostí (což ještě samo o sobě neznamena, že jsou tyto metody pro klasifikaci EEG nejvhodnější). V této kapitole vycházím převážně z [11] a z [13], kde je po teoretické stránce daná problematika rozpracována do větší hloubky. Pro výpočet parametrických modelů a estimaci řádu modelů jsem použil TSA (Time Series Analysis) Toolbox 2.40 (je přiložen na CD disku) a Signal Processing toolbox pro Matlab.

4.1 Úvod do problematiky

Na parametrické metody lze pohlížet jako na jistý způsob filtrace signálu. Smyslem těchto metod je najít přenosovou funkci filtru tak, aby co nejlépe popisovala daný signál. Tato myšlenka vychází z předpokladu, že analyzovaný signál vznikl průchodem bílého šumu přes lineární časově invariantní filtr. Pro lepší představu je možno vnímat výpočet parametrů modelu jako "vybělení" zpracovávaného signálu, kde se informace o signálu "zachytí" do počítaných parametrů. Tento proces ilustruje obrázek 4.1.



Obrázek 4.1: **Vybělení signálu pomocí parametrických metod.** Vlevo nahoře původní signál, vpravo nahoře vybělený signál, vlevo dole frekvenční spektrum původního signálu, vpravo dole frekvenční spektrum vyběleného signálu (pro názornost zobrazeno v 10 násobku spektra původního signálu).

4.2 Druhy modelů

Podle typu hledaného číslicového filtru je možno rozlišovat tři typy modelů

ARMA modely (z ang. *autoregressive moving average model*) jsou popsány přenosovou funkcí $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$, kde $H(z)$ je IIR filtr. ARMA modely poskytují nejpresnější odhad signálu při nejnižším řádu modelu. Nalezení jejich parametrů je ovšem značně složité (vede na řešení nelineární optimalizační úlohy).

MA modely (z ang. *moving average model*) vycházejí z přenosové funkce $H(z) = B(z)$, kde $H(z)$ je FIR filtr. Výhodou tohoto modelu je zaručená stabilita filtru (má M -násobný pól v počátku z -roviny), ovšem nalezení parametrů opět vede na nelineární úlohu.

AR modely (z ang. *autoregressive model*) mají přenos $H(z) = \frac{1}{A(z)}$, kde $H(z)$ je IIR filtr. Určení parametrů tohoto modelu vede na lineární úlohu, ovšem stabilita řešení není vždy zaručena.

ARMA modely našly širší uplatnění v teorii řízení, kde se používají pro vytvoření modelů systémů. Jejich značnou výhodou je dobrá odolnost proti šumu. Pro zpracování signálu se nejčastěji používají autoregresní modely, neboť jejich výpočet je snazší než u ARMA a MA modelů a jsou schopny dostatečně přesně vystihnout charakter signálu a určit jeho spektrum. Při zpracování EEG signálu vycházím z návrhu AR modelů. Návrh AR modelu a výpočet jeho parametrů popisuje následující část.

4.3 Autoregresní estimátor

Zpracovávaný signál značím jako $x(n)$, čas jeho trvání jako $T_0 = N \cdot T$, kde N je počet vzorků. Pomocí AR modelu aproximuji zpracovávaný signál $x(n)$ signálem $\hat{x}(n)$. Rozdíl aproximace $\hat{x}(n)$ od skutečného signálu $x(n)$ vyjadřuje *chyba estimace* $e(n)$. Způsob získání parametrů AR modelu vychází z minimalizace chyby estimace, přesněji z minimalizace *střední kvadratické odchylky* J . Zjednodušený náčrt výpočtu je následující (vycházím z [11], kde je možno najít podrobnější postup).

Chyba estimace $e(n)$ signálu $x(n)$

$$e(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad (4.1)$$

Podle původního předpokladu uvažuji, že zpracovávaný signál $x(n)$ vznikl průchodem bílého šumu přes lineární časově invariantní filtr, jehož impulzní odezva je $g(n)$. Na vstupu tohoto filtru je signál $u(n)$. Pro chybu predikce pak mohu psát

$$e(n) = x(n) - \sum_{i=0}^M g(i) \cdot u(n-i), \quad n = 1, 2, \dots, M \quad (4.2)$$

kde M je řád filtru.

Cílem návrhu AR modelu je minimalizovat rozdíl mezi skutečným a odhadnutým signálem tak, aby rozdíl výkonů obou signálů byl minimální. Proto neminimalizuji přímo chybu predikce, ale střední kvadratickou odchylku J , která je dána jejím kvadrátem. Střední kvadratickou odchylku J je možno definovat podle (4.3). Platnost této rovnice vyžaduje stacionaritu signálu (viz. předchozí kapitola)

$$J = E[e^2(n)] = E[(x(n) - \hat{x}(n))^2] \quad (4.3)$$

Pokud přihlédnu k rovnici (4.2), je kvadratická odchylka funkcí $M + 1$ parametrů $g(i)$. Pro nalezení jejího minima musím vypočítat gradient střední kvadratické odchylky

$$\nabla J = \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial g(k)} = E[e(n) \cdot u(n-k)], \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (4.4)$$

Anulováním gradientu naleznu minimum a získám *normální rovnice*

$$E\left[\left(x(n) + \sum_{i=0}^M g(i) \cdot u(n-i)\right) \cdot u(n-k)\right] = 0 \quad (4.5)$$

Výraz na levé straně představuje součin čtvercové matice řádu M a hledaný vektor koeficientů filtru. Prvky matice jsou autokorelační koeficienty signálu $x(n)$.

Pokud se pro výpočet koeficientů použije rovnice (4.5) v tomto tvaru, jedná se o *autokorelační metodu*. Pokud rovnici (4.5) dále upravím odebráním některých členů ze sumy, jedná se o *kovarianční metodu*. Zpracovávám-li signál s dostatečným počtem vzorků ($N \approx 100$), jsou výsledky autokorelační a kovarianční metody srovnatelné (viz [11] str. 251). Jelikož je autokorelační metoda výpočetně rychlejší a délka zpracovávaného signálu je min. 1 sekunda ($N = 128$), budu používat autokorelační metodu.

4.3.1 Wiener-Hopfova rovnice

Střední hodnotu v rovnici (4.3) je třeba aproximovat odhadem této hodnoty určeným v čase. Pokud je pro odhad použita autokorelační metoda, nazývá se normální rovnice (4.5) *Wiener-Hopfova* a je možno ji rozepsat následovně

$$\begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(1) & \dots & R_u(M) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_u(M) & R_u(M-1) & \dots & R_u(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g(0) \\ g(1) \\ \vdots \\ g(M) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_{xu}(0) \\ R_{xu}(1) \\ \vdots \\ R_{xu}(M) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

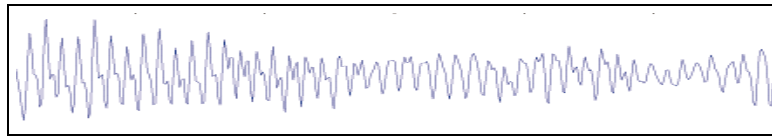
kde $R_u(k)$ a $R_{xu}(k)$ jsou odhady korelačních koeficientů.

Pokud řeším tuto rovnici pro neznámé g , získám přenosovou funkci AR modelu. Algoritmů řešení normální rovnice existuje celá řada počínaje Gaussovou eliminací až po iterační metody, které je možno použít pro reálné zpracování signálu, neboť s každým dodaným vzorkem se pouze přizpůsobí parametry modelu.

Pro zpracování signálu budu používat dvě metody: *Yule-Walkerovu* a *Burgovu*. Výpočet koeficientů AR modelu je u obou metod založen na jiném principu, dá se tedy usuzovat na odlišnost výsledků. Yule-Walkerova metoda patří do množiny autokorelačních metod, protože je založena na výpočtu korelačních koeficientů $R_u(k)$, $R_{xu}(k)$ a následném řešení rovnice (4.6). Burgova metoda je založena na kombinaci filtrace a výpočtů signálu, nevyžaduje přímé sestavení normální rovnice. Výhodou této metody je zaručená stabilita řešení. Pro signály obsahující směs harmonických signálů může být její odhad nepřesný v důsledku citlivosti na změny fáze signálu. Rozlišení obou metod je srovnatelné.

4.4 Řád modelu

Při výpočtu AR modelu je třeba určit jeho řád. Řád modelu M je přímo závislý na statistických vlastnostech zpracovávaného signálu. Experimenty ukazují (viz [11] str. 257), že optimální hodnotu M pro náhodné stacionární signály je třeba volit mezi $0.05N$ a $0.2N$. Zpracovávám-li tedy 1 sekundový úsek signálu, bude M v rozmezí mezi 6 a 25. Pokud určím řád modelu příliš nízký, bude popis signálu nepřesný, naopak s vyšším řádem vroste rozptyl odhadu i výpočetní náročnost¹. Je tedy třeba najít vhodný kompromis. V praxi se pro odhad řádu modelu používají tři základní typy kritérií *Akainovo FPE*, *Akainovo AIC* a *Parzenovo CAT* kritérium. Všechna uvedená kritéria vycházejí z výkonu chyby predikce $P(M)$.



Obrázek 4.2: Signál použitý pro ukázkou výpočtu řádu modelu pomocí FPE, AIC a CAT kritéria. Délka zobrazeného signálu je 3s.

Pro ukázkou výpočtu řádu modelu jednotlivými kritérii jsem použil signál z obrázku 4.2. Průběh výpočtu řádu modelu jednotlivými kritérii ilustrují obrázky 4.3 4.4 a 4.5.

Akainovo FPE kritérium

$$M = \frac{N + M + 1}{N - M - 1} \cdot P(M) \quad (4.7)$$

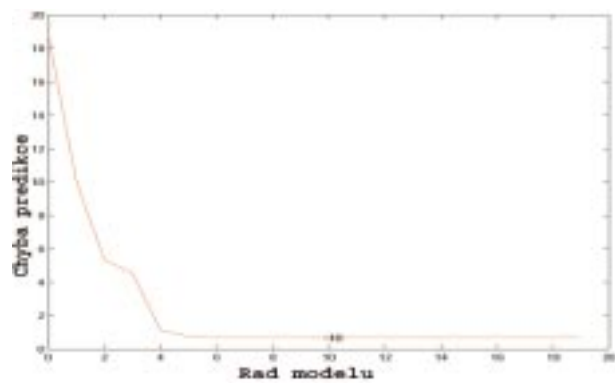
Akainovo AIC kritérium

$$M = \ln(P(M)) + \frac{2M}{N} \quad (4.8)$$

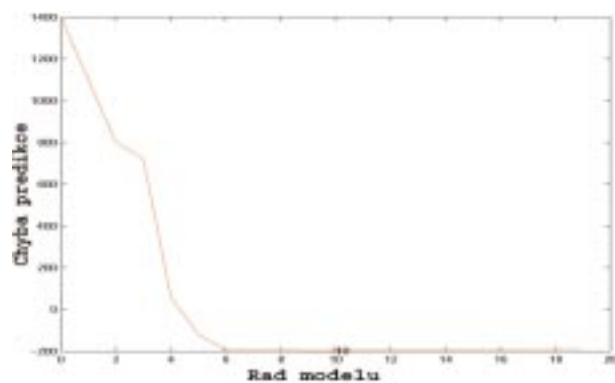
Parzenovo CAT kritérium

$$M = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \frac{N - m}{N \cdot P(m)} - \frac{N - M}{N \cdot P(M)} \quad (4.9)$$

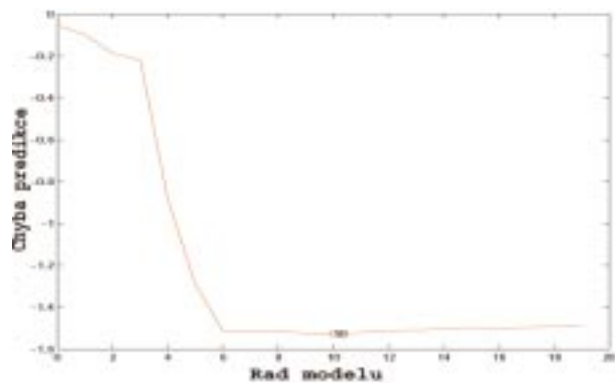
¹Velmi důležitým aspektem při použití autoregresních modelů pro výpočet spektrální hustoty je správná volba řádu modelů. Pro nízký řád má odhad nedostatečné rozlišení, vysoký řád má za následek nepravé detaily ve spektru a nestabilní odhad.



Obrázek 4.3: Akainovo FPE kritérium.



Obrázek 4.4: Akainovo AIC kritérium.



Obrázek 4.5: Parzenovo CAT kritérium.

4.4.1 Klasifikace řádem modelu

Při zpracovávání EEG signálu jsem provedl pokus s estimací řádu modelu pro vybrané úseky dat 6 probandů (detaily viz. Kapitola 1, sekce Měření). Celkem se jednalo o 54 úseků. Cílem bylo zjistit, jestli existuje korelace mezi odhadnutým řádem modelu a stavem probanda. Pokud by se ukázalo, že se odhadnutý řád modelu výrazně liší pro vybrané situace, mohl by tento fakt sloužit jako hrubý estimátor stavu. Dá se předpokládat, že při otevřených očích bude řád modelu jiný než při očích zavřených, neboť komplexnost obou signálů se na první pohled značně liší. Jednotlivé testované stavy jsou následující.

- OA (oculi aperti) - relaxující člověk s otevřenýma očima
- OC (oculi clausi) - relaxující člověk se zavřenýma očima (vigilita)
- SO (somnolentio) - usínající člověk se zavřenýma očima (somnolence)

prob./záz.	OA	OC	SO	prob./záz.	OA	OC	SO
1/1	10	11	15	1/1	12	5	12
1/2	15	11	15	1/2	11	9	12
1/3	16	8	12	1/3	9	14	7
2/1	17	16	16	2/1	11	12	11
2/2	10	11	11	2/2	11	14	12
2/3	31	15	16	2/3	25	11	11
3/1	15	23	8	3/1	11	12	7
3/2	12	11	9	3/2	17	20	13
3/3	12	19	8	3/3	8	12	8
4/1	8	15	9	4/1	10	12	6
4/2	13	17	8	4/2	10	13	6
4/3	10	15	9	4/3	10	12	6
5/1	9	15	15	5/1	15	14	11
5/2	10	17	9	5/2	10	13	11
5/3	11	13	10	5/3	16	10	10
6/1	13	24	12	6/1	12	11	10
6/2	18	13	13	6/2	12	11	17
6/3	13	18	16	6/3	15	7	11

Tabulka 4.1: **Estimace řádu modelu** pomocí Akainova FPE, AIC a Parzenova CAT kritéria. Vlevo signál odfiltrovaný na 35 Hz, vpravo signál odfiltrovaný na 15 Hz.

Výsledek odhadů je shrnut v tabulce 4.1 pro dva druhy signálu: odfiltrovaný na šířku pásma 35 Hz a 15 Hz. Pro odhad řádu modelu jsem použil

všechna diskutovaná kritéria. Je velmi překvapivé, že v 50 případech z 54 poskytly všechny kritéria shodný odhad. **Lze tedy usoudit, že Akainovo AIC, FPE a Parzenovo CAT kritérium jsou pro odhad řádu modelu EEG signálu ekvivalentní.** V tabulce je proto uváděna pouze jedna hodnota odhadu a ne všechny tři.

Z tabulky je zřejmé, že ve většině případů **neexistuje jednoznačná korelace daného psychického stavu probanda s odhadnutým řádem modelu.** U některých případů jsou ovšem jisté rozdíly patrné. Například u probanda 3 a 4 jsou odhadnuté řády modelu při somnolenci výrazně nižší než při vigilitě nebo otevřených očích.

4.5 Spektrální analýza

Aproximace spektrální hustoty signálu vychází z výpočtu frekvenční charakteristiky autoregresního modelu.

$$G(e^{j\theta}) = \frac{T \cdot P(M)}{\left| 1 - \sum_{m=1}^M a(m) \cdot e^{-j2\pi m f T} \right|^2}, \quad (4.10)$$

kde $T = 1/2B$, B je šířka pásma, $P(M)$ je výkon chyby predikce $e(n)$ filtru řádu M . Pro $P[M]$ platí

$$P(M) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^2(n), \quad \text{kde } N \text{ je počet vzorků} \quad (4.11)$$

4.6 Porovnání parametrických a klasických metod

Spektrální odhad porovnávám na základě dvou kritérií

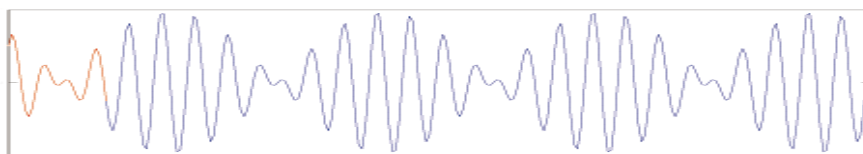
- frekvenční rozlišení
- vliv šumu

4.6.1 Frekvenční rozlišení

Wiener-Chinčiny vztahy (viz. rovnice 2.10) ukazují, že popis signálu ve frekvenční oblasti je ekvivalentní popisu pomocí autokorelační funkce. Z uvedených vztahů je zřejmé, že délka autokorelační funkce určuje možné frekvenční rozlišení. Klasické metody počítají autokorelační funkci podle vztahu 2.8. Jejich rozlišení je přímo úměrné délce autokorelační funkce. U parametrických metod je autokorelační funkce dána impulzní odezvou autoregresního filtru. Parametrické metody jsou schopné extrapolovat autokorelační funkci za maximální zpoždění, které lze z daného signálu spočítat.

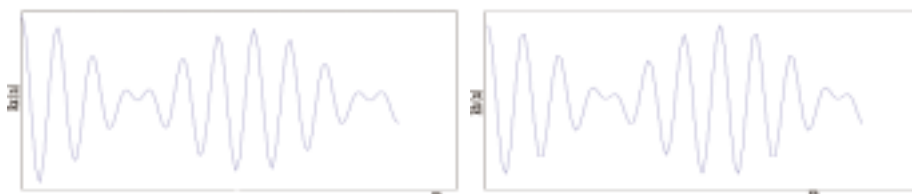
Frekvenční rozlišení těchto metod je téměř nezávislé na délce zpracovávaného signálu.

Pro ověření těchto předpokladů jsem pomocí obou metod vypočítal autokorelační funkce pro různé délky testovacího signálu. Testovací signál jsem vytvořil směsí dvou sinusovek o frekvencích 12 a 14 Hz vzájemně fázově posunutých o 90° . Takto vytvořený signál simuluje možný průběh signálu EEG v alfa pásmu aktivity mozku. Průběh tohoto signálu je na obrázku 4.6.

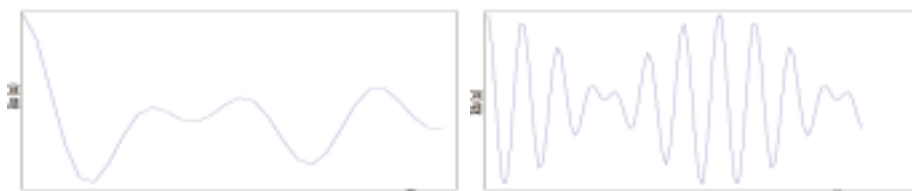


Obrázek 4.6: **Testovací signál** vytvořený pro ověření frekvenčního rozlišení klasických a parametrických metod.

Nejdříve jsem vypočítal autokorelační funkci pro celý signál (tedy 384 vzorků) a pak pouze pro prvních 30 vzorků (v obrázku 4.6 je tento úsek označen červeně). Obrázek 4.7 ukazuje autokorelační funkci celého signálu, obrázek 4.8 autokorelační funkci spočítanou z prvních 30 vzorků.



Obrázek 4.7: **Autokorelační funkce** signálu z obrázku 4.6. Vlevo vypočítaná klasickými metodami, vpravo autoregresním modelem.



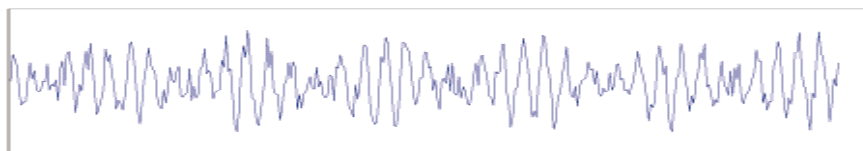
Obrázek 4.8: **Autokorelační funkce** 30 vzorkového segmentu signálu z obrázku 4.6. Vlevo vypočítaná klasickými metodami, vpravo autoregresním modelem. Dosažené frekvenční rozlišení klasických metod je v tomto případě již zcela nedostatečné.

Obě metody poskytují srovnatelný výsledek pokud počítám autokorelační funkce z celého signálu (viz. obrázek 4.7). Pro velmi krátké signály nejsou klasické metody schopny výpočtu autokorelační funkce, neboť dosažené rozlišení je příliš malé. Naproti tomu autokorelační funkce získaná z impulzní odezvy AR modelu je správně určena i pro takto krátký úsek (viz. obrázek 4.8). Z daného pokusu vyplývá, že **frekvenční rozlišení parametrických metod je výrazně vyšší než u klasických metod.**

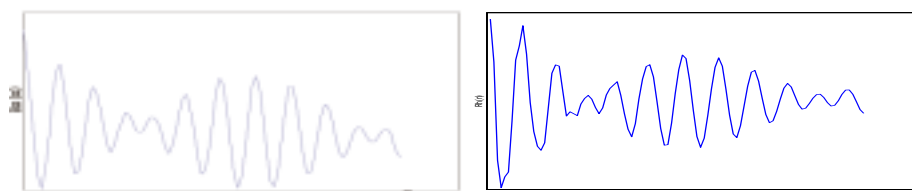
4.6.2 Vliv šumu

Elektroencefalografická aktivita mozku bývá často znehodnocena šumem technického i biologického rázu. Získané spektrální odhady mohou být tímto šumem silně ovlivněny. Pro ověření míry vlivu šumu na přesnost odhadu porovnávaných metod jsem vypočítal autokorelační funkce nezašuměného a zašuměného signálu a pak je porovnal. Míra podobnosti vypočítaných autokorelačních funkcí určuje odolnost spektrálního odhadu na rušení šumem.

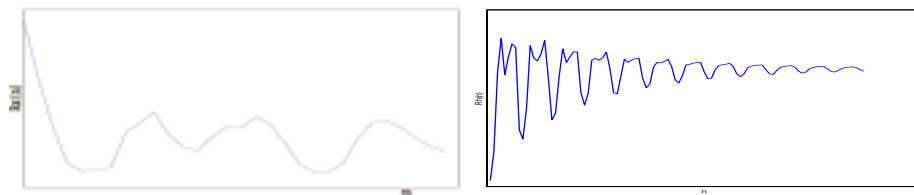
Signál použitý pro testování frekvenčního rozlišení jsem zašuměl bílým šumem ($SNR = 1/2$). Autokorelační funkce jsem vypočítal stejným způsobem jako při testu frekvenčního rozlišení, aby bylo možno dosažené výsledky porovnat.



Obrázek 4.9: **Testovací signál** vytvořený pro ověření vlivu šumu v signálu na spektrální odhad.



Obrázek 4.10: **Autokorelační funkce** signálu z obrázku 4.9. Vlevo vypočítaná klasickými metodami, vpravo autoregresním modelem.



Obrázek 4.11: **Autokorelační funkce** 30 vzorkového segmentu signálu z obrázku 4.9. Vlevo vypočítaná klasickými metodami, vpravo autoregresním modelem. Šum v signálu způsobuje špatný odhad autokorelační funkce autoregresním modelem.

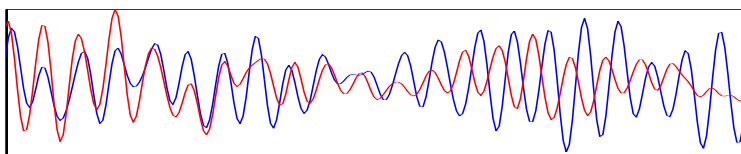
Autokorelační funkce vypočítaná z celého signálu se u výpočtu klasickými metodami téměř nezměnila; u parametrických metod lze pozorovat drobný rozdíl, ale odhad je stále celkem spolehlivý (viz obrázky 4.7 a 4.11). Pro 30 vzorkový segment signálu jsou již patrné rozdíly u obou metod. U klasických metod je tento rozdíl malý, zatímco u parametrických metod odhad autokorelační funkce již zcela neodpovídá původní autokorelační funkci počítané z nezašuměného signálu. Z daného pokusu vyplývá, že **parametrické metody vykazují značně vyšší citlivost na přítomnost šumu v signálu než metody klasické.**

Kapitola 5

Teorie chaosu

Teorie chaosu je velice mladou matematickou disciplínou, která přináší zcela nový pohled na zpracování signálů. Zabývá se dynamickými deterministickými systémy, které vykazují značnou citlivost na počáteční podmínky (viz. obrázek 5.1). Tyto systémy se nazývají chaotické. Časový vývoj těchto systémů nelze predikovat na dlouhou dobu dopředu, ale lze najít určitý řád, kterým se daný chaotický systém řídí. Výhodou analýzy EEG signálu teorií chaosu oproti ostatním metodám je zachování informace o fázi a dynamice systému. Je třeba podotknout, že EEG signál nemusí vždy vykazovat chaotické chování a je tedy třeba dát pozor, kdy je použití této teorie vhodné.

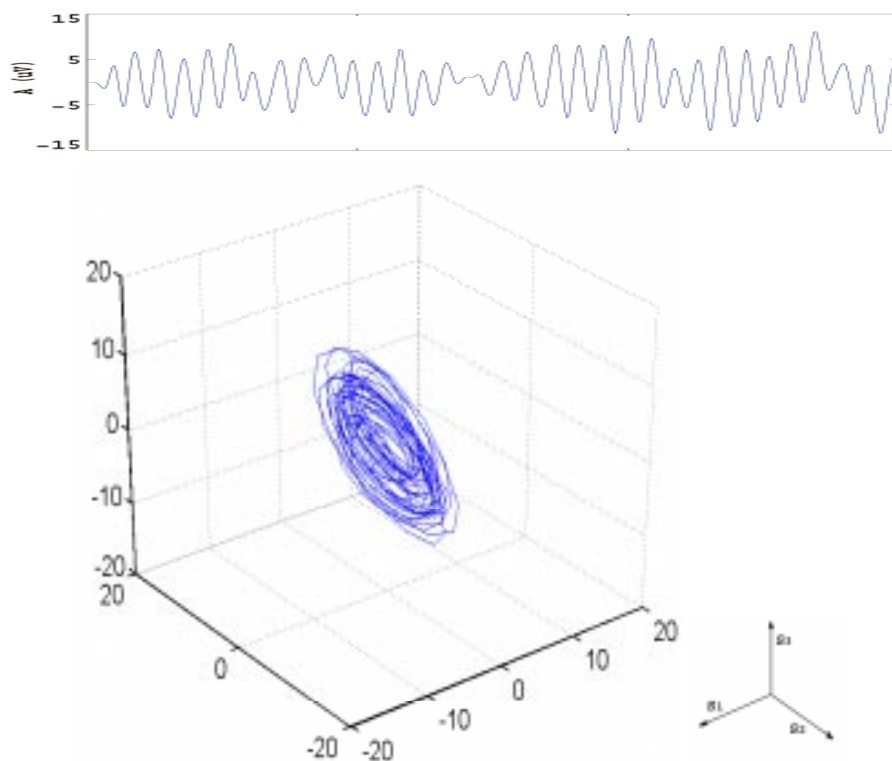
V této kapitole se budu zabývat rekonstrukcí stavové trajektorie, odhadem fraktální a stavové dimenze. Vycházím zejména z [14] a z [15]. Nepodařilo se mi najít jedinou českou knihu zabývající se zpracováním signálu pomocí teorie chaosu. Názvosloví přejímám z angličtiny a může být proto nepřesné. Z tohoto důvodu vždy uvádím u českého pojmu i anglický. Pro výpočty jsem použil TSTOOL toolbox (je přiložen na CD disku) a Signal Processing toolbox pro Matlab.



Obrázek 5.1: Chaotické systémy vykazují značnou citlivost na počáteční podmínky. Vybrané záznamy jsou pořízeny ze stejné EEG elektrody za podobných podmínek. Počáteční korelace mezi oběma signály se velmi rychle ztrácí. Zobrazený úsek odpovídá 2 sekundám.

5.1 Rekonstrukce stavové trajektorie

Dynamický systém lze popsat diferenciálními rovnicemi, kde počet rovnic určuje počet nezávislých parametrů systému. Sestavení těchto rovnic umožňuje popis systému ve stavovém prostoru. Diferenciální rovnice se nazývají stavové a počet nezávislých parametrů určuje dimenzi stavového prostoru. Změna parametrů v čase má za následek změnu stavu, tedy posun ve stavovém prostoru. Zobrazení těchto změn určuje stavovou trajektorii daného systému. U složitých biologických systémů nelze sestavit stavové rovnice, k dispozici je pouze měřitelný výstup systému, v mém případě EEG signál. Rekonstrukce stavové trajektorie vychází pouze z průběhu výstupu analyzovaného systému. Při správné volbě dimenze stavového prostoru je tato rekonstrukce možná metodou *delay-time embedding*. Lze dokázat, že tato metoda je schopná plně rekonstrukce stavové trajektorie.



Obrázek 5.2: **Rekonstrukce stavové trajektorie.** Nahoře signál použitý pro rekonstrukci (délka signálu 3s), dole jeho atraktor.

Rekonstrukce stavových vektorů $s(1), \dots, s(k)$ je definována následovně

$$s(1) = [x(1), x(1 + L), x(1 + 2L), \dots, x(1 + (m - 1)L)] \quad (5.1)$$

$$s(2) = [x(2), x(2 + L), x(2 + 2L), \dots, x(2 + (m - 1)L)]$$

⋮

$$s(k) = [x(k), x(k + L), x(k + 2L), \dots, x(k + (m - 1)L)]$$

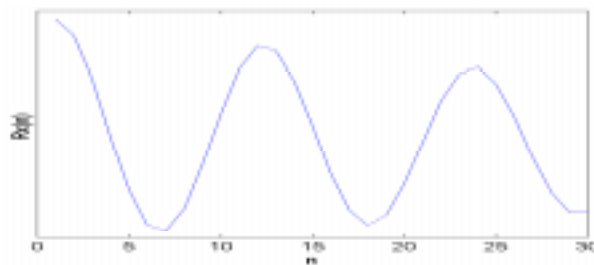
kde L značí časové zpoždění (ang. lag, delay-time) oddělující komponenty rekonstruovaných stavových vektorů, s je bod v m -rozměrném stavovém prostoru, tedy $s = j_1 s_1 + j_2 s_2 + \dots + j_m s_m$ jsou příslušné směrové vektory. Spojením těchto bodů získám trajektorii stavu.

5.2 Volba časového zpoždění

Volba časového zpoždění přímo ovlivňuje rekonstrukci stavových vektorů. Je třeba nalézt takové zpoždění L , aby vzorky signálu $x(n), x(n + L), x(n + 2L), \dots, x(n + (m - 1)L)$ použité pro rekonstrukci stavového vektoru byly vzájemně nezávislé. Pokud určím časové zpoždění příliš nízké, budou stavové vektory počítány z korelovaných dat a rekonstruovaná trajektorie bude zdeformovaná. Naopak pro příliš velké zvolené zpoždění může dojít ke ztrátě struktury trajektorie. Pro správnou volbu časového zpoždění se používá několik metod. V této práci budu vycházet z *autokorelační metody* a z *metody vzájemné informace*.

5.2.1 Autokorelační metoda

Princip této metody je velmi jednoduchý. Z analyzovaného signálu $x(n)$ vypočítám autokorelační funkci $R_{xx}(\tau)$ podle 2.8 a naleznu první průchod nulou. Tato vzdálenost určuje časové zpoždění.



Obrázek 5.3: **Získání časového zpoždění L autokorelační metodou.** První průchod nulou nastává u 4. vzorku autokorelační funkce, časové zpoždění volím $L = 4$.

5.2.2 Vzájemná informace

Koncept *vzájemné informace* (*MI* z angl. mutual information) byl vyvinut na základě informační teorie v roce 1986 Fraserem a Swinneyem. Jejich snahou bylo odpovědět na jednoduchou otázku: pokud je známa hodnota funkce $f(t)$ v čase t , kolik dalších hodnot této funkce $f(t + t_1)$ lze predikovat? Koncept vzájemné informace vysvětlím na jednoduchém příkladu. Mějme systém S , který posílá určitý počet zpráv $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$, kde každá zpráva má dva stavy. Frekvenci výskytu těchto zpráv určují pravděpodobnosti těchto zpráv $P(s_1), P(s_2), P(s_3), \dots, P(s_n)$. Střední hodnotu informačního obsahu zprávy vyjadřuje *entropie*

$$H(S) = \int_{-\infty}^{\infty} I(s) \cdot f(s) ds, \quad (5.2)$$

kde $I(s)$ reprezentuje danou zprávu (nebo zpracovávaný signál), $f(s)$ je hustota pravděpodobnosti.

V našem případě mají zprávy pouze dva stavy a výpočet entropie se zjednoduší na

$$H(S) = - \sum_i^n P(S_i) * \log(P(S_i)). \quad (5.3)$$

Nyní uvažujme dva vzájemně závislé systémy S a Q , které vysílají zprávy $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ a $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$. Víme-li, jaká je hodnota zprávy s_i , jsme schopni do určité míry předpovědět i hodnotu zprávy q_i . Definujme podmíněnou entropii:

$$H(Q|S) = H(S, Q) - H(S), \quad (5.4)$$

kde

$$H(S, Q) = - \sum_{i,j} P(s_i, q_j) * \log(P(s_i, q_j)), \quad (5.5)$$

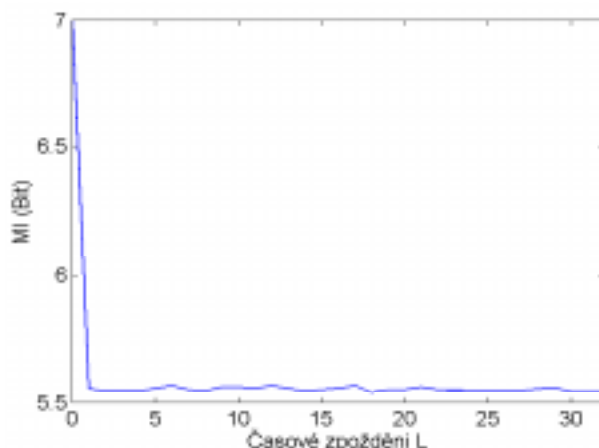
kde $P(s_i, q_j)$ je sdružená pravděpodobnost obou systémů.

Vzájemná informace pak je:

$$MI(S, Q) = H(Q) - H(Q|S) = H(Q) + H(S) - H(S, Q). \quad (5.6)$$

Tento vzorec již řeší původní problém, tedy s jakou pravděpodobností lze predikovat zprávu systému Q ze zprávy systému S .

Pokud nahradím zprávy s_i signálem $x(n)$, lze koncept vzájemné informace aplikovat na výpočet nezávislosti dvou signálů. Pro nalezení vhodného časového zpoždění L hledám závislost mezi původním signálem $x(n)$ a signálem $x(n)$ posunutým o časové zpoždění L takové, aby vzájemná informace dosáhla minima. Tuto závislost ukazuje obrázek 5.4.



Obrázek 5.4: **Vzájemná informace** pro EEG signál z obrázku 5.2. Minimum určuje optimální časové zpoždění L pro rekonstrukci stavové trajektorie. V tomto případě je $L = 2$.

Porovnání autokorelační metody a metody vzájemné informace

Základním rozdílem mezi autokorelační metodou a metodou vzájemné informace spočívá v hledané závislosti. Autokorelační metoda je schopná podchytit pouze lineární závislost daných signálů, kdežto metoda vzájemné informace je schopna najít nelineární závislosti mezi signály (viz [15]), je tedy obecnější a v praxi by měla být přesnější. Z těchto důvodů budu metodu vzájemné informace preferovat před autokorelační metodou.

5.3 Odhad fraktální dimenze

Fraktální dimenze je měřítkem komplexity a chaotičnosti zpracovávaného systému¹. Popíši nejznámější metodu výpočtu fraktální dimenze objevenou Grassbergem a Procacciou. Fraktální dimenze D_2 je definována jako

$$D_2 = \frac{\log(C(r))}{\log(r)}, \quad (5.7)$$

kde $C(r)$ je korelační integrál definovaný následovně

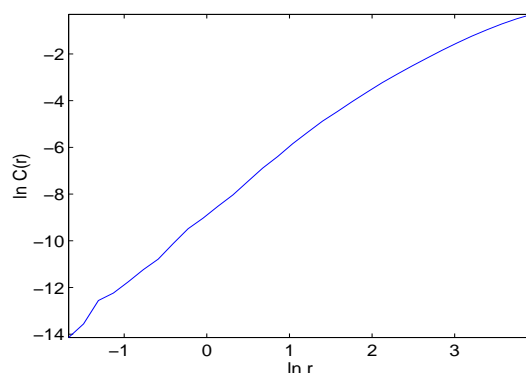
$$C(r) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^k \sum_{j=(i+1)}^k \Theta(r - |s(i) - s(j)|), \quad (5.8)$$

¹Matematicky lze definovat nekonečný rozsah dimenzí nazývaných Renyi dimenze. Pokud mluvíme o fraktální dimenzi, jedná se o dimenzi D_2 podle Renyiho definice

kde $s(i)$ je vypočítaný stavový vektor, $|s(i) - s(j)|$ je Euklidova vzdálenost dvou stavových vektorů, Θ reprezentuje Heavisidova funkce², r je zvolená vzdálenost, N_p je celkový počet všech možných kombinací párů stavových vektorů.

Dvojitá suma v rovnici 5.8 zajišťuje, aby byly pro výpočet $C(r)$ použity všechny možné kombinace dvojic stavových vektorů. Výsledkem sumace je počet párů stavových vektorů, které jsou mezi sebou blíže než vzdálenost r . Poměr $1/N_p$ zajišťuje proporcionalitu řešení.

Při výpočtu nejdříve volím r menší než je nejmenší vzdálenost dvou stavových vektorů. V tomto případě je $C(r) = 0$. Postupně zvyšuji hodnotu r a počítám $C(r)$. Fraktální dimenze D_2 je určena sklonem přímky logaritmického zobrazení $C(r)$ k r (viz. obrázek 5.5).



Obrázek 5.5: Výpočet fraktální dimenze pomocí korelačního integrálu. Sklon přímky určuje fraktální dimenzi signálu z obrázku 5.2.

5.3.1 Klasifikace na základě fraktální dimenze

Při zpracovávání EEG signálu jsem provedl pokus s estimací fraktální dimenze pro vybrané úseky dat 6 probandů (detaily viz. Kapitola 1, sekce Měření). Úseky byly odfiltrovány na 15 Hz a dimenze stavového prostoru byla 3. Tato hodnota vychází z praktických výsledků odhadu dimenze stavového prostoru v další části této kapitoly. Celkem se jednalo o 54 úseků. Cílem bylo zjistit jestli existuje korelace mezi odhadnutou fraktální dimenzí a stavem probanda. Pokud by se ukázalo, že se odhadnutá dimenze výrazně liší pro vybrané situace, mohl by tento fakt sloužit jako estimátor stavu. Jednotlivé testované stavy jsou následující.

²Heavisidova funkce Θ se používá pro součet hodnot. Pokud je evaluovaný výraz větší než 0, je $\Theta = 1$, jinak $\Theta = 0$

- OA (oculi aperti) - relaxující člověk s otevřenými očima
- OC (oculi clausi) - relaxující člověk se zavřenými očima (vigilata)
- SO (somnolentio) - usínající člověk se zavřenými očima (somnolence)

Výsledek odhadů je shrnut v tabulce 5.1.

prob./záz.	OA	OC	SO	prob./záz.	OA	OC	SO
1/1	2.64	2.59	3.27	4/1	3.14	2.60	3.08
1/2	2.68	3.45	2.33	4/2	3.04	2.40	3.44
1/3	2.75	2.72	2.24	4/3	3.04	3.25	2.90
2/1	2.74	2.20	3.50	5/1	3.49	2.68	2.73
2/2	2.26	3.20	2.40	5/2	2.78	3.16	2.60
2/3	2.66	2.96	2.80	5/3	2.62	3.24	2.90
3/1	2.84	3.35	3.35	6/1	2.70	2.37	2.60
3/2	2.35	2.54	2.55	6/2	3.03	2.90	2.55
3/3	2.68	2.93	2.20	6/3	3.26	2.85	2.84

Tabulka 5.1: **Odhad fraktální dimenze** jednotlivých záznamů filtrovaných na šířku pásma 15 Hz.

Odhad fraktální dimenze jednotlivých záznamů se pohybují kolem hodnoty 3 s drobnými výkyvy na obě strany. Není možné vysledovat závislost mezi duševním stavem probanda a fraktální dimenzí jeho záznamu. Tento poznatek je velmi překvapivý. Vedl mě k provedení dalšího testu tentokrát se signálem odfiltrovaným na 35 Hz. Dimenzi stavového prostoru jsem zvolil rovnou 5. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 5.2.

prob./záz.	OA	OC	SO	prob./záz.	OA	OC	SO
1/1	3.75	3.39	-	4/1	-	6.80	6.17
1/2	-	6.69	8.14	4/2	-	-	1.29
1/3	8.26	7.75	4.92	4/3	5.13	4.37	6.07
2/1	4.60	6.17	8.46	5/1	-	3.97	2.35
2/2	4.20	3.77	4.90	5/2	4.27	4.25	3.11
2/3	4.07	9.51	-	5/3	5.35	4.90	2.60
3/1	2.82	6.36	3.83	6/1	3.57	2.74	-
3/2	4.25	3.55	-	6/2	2.98	4.6	3.30
3/3	-	3.80	6.26	6/3	7.42	3.09	4.63

Tabulka 5.2: **Odhad fraktální dimenze** jednotlivých záznamů filtrovaných na šířku pásma 35 Hz (některé z hodnot nebylo možno určit).

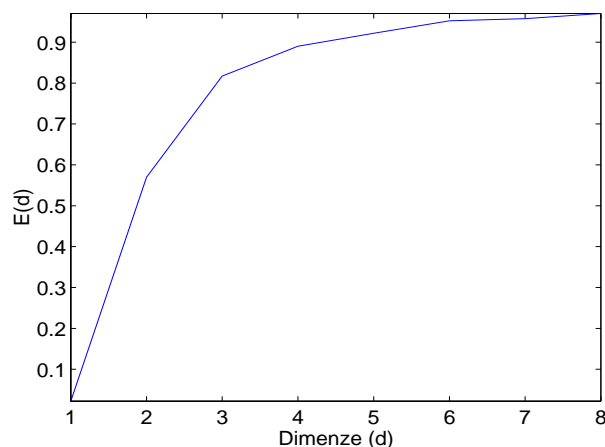
Korelace mezi duševním stavem probanda a odhadnutou fraktální dimenzí se neprojevila. Toto zjištění je překvapující, neboť z teoretického hlediska by se dalo očekávat, že se určité vazby projeví. Před zamítnutím výpočtu odhadu fraktální dimenze jako vhodného markeru mikropánku je třeba provést další pokusy, hledat alternativní metody výpočtu fraktální dimenze a případně i vhodné metody filtrace EEG signálu.

5.4 Odhad dimenze stavového prostoru

Při rekonstrukci stavové trajektorie je třeba znát dimenzi stavového prostoru m . Tato hodnota je dána počtem nezávislých parametrů systému. Jelikož kromě EEG signálu nemáme o zpracovávaném systému žádné informace, je třeba správnou dimenzi odhadnout.

Jednou z možných metod odhadu m , je sledovat změnu fraktální dimenze D_2 pro různé hodnoty m . Je tedy třeba vypočítat D_2 pro zvolený rozsah hodnot m (z experimentů vyplývá, že vhodná volba m pro EEG signál se pohybuje mezi 3 až 12 [15]). Pokud s rostoucím m roste rovnoměrně i D_2 , je zpracovávaný signál bílý šum nebo stochastický proces a není možné určit jeho efektivní dimenzi (bílý šum je náhodný proces, který není deterministický; dimenze jeho stavového prostoru se rovná nekonečnu). Pro chaotické systémy by se při hledaném m měl nárůst hodnoty fraktální dimenze výrazně snížit. Dojde k tzv. saturaci. V grafu D_2 vs. m je tato hodnota patrná jako zlom.

Pro odhad dimenze stavového prostoru byly vyvinuty i jiné metody poskytující o něco přesnější odhady než popsaná metoda. V mém případě jsem použil Caovu metodu. Výstupem této metody je graf závislosti E a m (Přesný výpočet Caovy metody a definice E přesahuje rozsah této práce a je možno ho nalézt v [17]). Mezi E a D_2 existuje přímá závislost a je tedy možné hledat m stejným způsobem jak bylo popsáno u předešlé metody. Hledáme tedy zlom v grafu m vs. E za kterým se výrazně sníží nárůst E .



Obrázek 5.6: Výpočet dimenze stavového prostoru pomocí Caovy metody. Zlom v grafu u hodnoty $d = 3$ určuje efektivní dimenzi stavového prostoru.

5.4.1 Praktické výsledky při odhadu dimenze stavového prostoru

Při analýze jednotlivých záznamů bylo třeba určit dimenzi stavového prostoru každého z nich. Jelikož se jedalo se o více než 50 zpracovávaných segmentů, mají zjištěné výsledky již vypovídající statistickou hodnotu. Zjistil jsem, že pokud EEG signál odfiltruji dolní propustí na 15 Hz, je odhadnutá dimenze stavového prostoru rovna 3 u více jak 90% záznamů (odhadnutá dimenze u zbytku záznamů byla rovna 4 a u jednoho případu dokonce 2). Tento výsledek je velmi potěšující, neboť stavovou trajektorii lze v tomto případě snadno zobrazit a analyzovat. Pro záznamy filtrované na 35 Hz vycházela odhadnutá dimenze na 10 až 12. Tato hodnota se shoduje s výsledky v [15]. Stavovou trajektorii s dimenzí tohoto řádu nelze již snadno zobrazit a analýza těchto systémů je tedy složitější.

Jelikož jsou zjištěné dimenze u více než 90% záznamů totožné a rozptyl hodnot které nesouhlasí je minimální, není třeba pro analýzu EEG signálů počítat odhad dimenze, ale lze vyjít ze zjištěných hodnot. Pro signály odfiltrované na 15 Hz budu používat dimenzi $m = 3$ a pro signály odfiltrované na 35 Hz dimenzi $m = 10$.

Kapitola 6

Zhodnocení výsledků

Tato kapitola poskytuje zhodnocení získaných praktických výsledků analýzy 6 probandů metodami prezentovanými v této práci. Samotné výsledky jsou zobrazeny v přílohách; detaily experimentu lze najít v první kapitole. Při porovnávání výsledků je třeba vycházet z toho, že se jedná o biologická data. Mozková činnost odpovídá velice složitému procesu o kterém máme stále velmi málo informace (např. se zde promítají mentální činnosti, které nejsme schopni postihnout). Je také třeba vzít v úvahu, že při analýzách vycházím pouze ze záznamu jedné elektrody. Pokud by k analýze bylo použito více elektrod a byla by zohledněna jejich vzájemná závislost, bylo by možno očekávat výrazně lepší výsledky. Výsledky je tedy třeba posuzovat se zřetelem na tyto aspekty.

6.1 Spektrální analýza

Hodnoty spektrálních odhadů jednotlivých záznamů se výrazně liší a to nejen mezi jednotlivými stavy, ale i pro stavy stejné. V záznamech se výrazněji projevuje delta a alfa aktivita. Theta aktivita se v záznamech neprojevuje vůbec a beta aktivita má ve všech případech malou amplitudu. Pro klasifikaci se jeví jako nejdůležitější vzájemný poměr alfa a delta aktivity. U části záznamů je při otevřených očích výrazná převážně delta aktivita, kdežto alfa aktivita je výrazně nižší. Pro vigilitu je situace opačná, tedy vysoká alfa aktivita a relativně nízká delta aktivita (tento fakt není tolik zřejmý jako poměr alfa/delta aktivity u otevřených očí). V porovnání s vigilitou nastává při somnolenci pokles alfa aktivity a přibývá delty.

Spektrální analýza byla provedena jak metodami klasickými tak parametrickými. Spektrální odhady získané oběmi metodami vykazují značnou podobnost. Lze usoudit, že obě metody jsou schopny poskytnout kvalitativně shodné odhady. U parametrických modelů je zřejmá o něco vyšší citlivost, která umožňuje lepší rozlišení jednotlivých stavů probanda. V případech, kdy EEG signál obsahuje artefakty, způsobuje tato citlivost nepřesnost odhadu.

6.2 Parametrické modely

U parametrických metod je spektrální odhad signálu dán frekvenční charakteristikou spočítaného autoregresního filtru. Při použití AR modelu je tedy výhodnější vyjít přímo z umístění pólů AR filtru (určitou vypovídací schopnost o stavu probanda má i odhadnutý řád modelu - viz kap. 4.4.1). Ze záznamů je vidět, že umístění některých z pólů se pro různé signály příliš nemění, kdežto změna umístění jiných je značná. Klasifikace stavu na základě těchto změn je v mnoha případech možná a zdá se, že by mohla přinést lepší výsledky než klasifikace pomocí spektrální analýzy.

Významné závěry lze vyvodit např. ze záznamu probanda 4. Při vigilitě můžeme sledovat komplexně sdružený pól v pravé části z-roviny (na ose x u hodnoty 0.8, na ose y u hodnoty ± 0.05), který je umístěn ve všech třech případech prakticky stejně. Při otevřených očích je reálná složka tohoto pólu stále u hodnoty 0.8, jeho komplexní složka se ale oproti vigilitě několikanásobně zvýšila. Při somnolenci se tento pól u dvou záznamů ze tří ztratí a nahradí ho dva reálné póly v pravé části z-roviny.

6.3 Teorie chaosu

U naprosté většiny záznamů otevřených očí nelze vysledovat žádnou projevu jící se strukturu stavové trajektorie. U relativně velké části záznamů vigility je zřejmá struktura prstencovitého tvaru. Při somnolenci se tato struktura objevuje méně často, ale poměrně často lze vysledovat určitý nástin této struktury. Je více než pravděpodobné, že se takto projevuje alfa aktivita mozku, která je u otevřených očí minimální a při vigilitě dosahuje vyšších hodnot. Nástin této struktury u somnolence by mohl odpovídat postupnému rozpadu alfa aktivity při usínání. Z daných závěrů je vidět, že rekonstrukce stavové trajektorie může odrážet určité procesy odehrávající se v mozku. Pokud by jsme vzali v potaz celý frekvenční rozsah EEG signálu, bylo by možno vysledovat další závislosti. K tomuto účelu je třeba použít metody umožňující analýzu vícerozměrných dat překračující rozsah této práce.

6.4 Závěr

Jelikož jsou prezentované výsledky vyhodnoceny pouze na základě analýzy 6 probandů, je k jejich potvrzení nutno provést další měření a ty následně statisticky vyhodnotit. I přesto jsou dané výsledky schopny poskytnout přehled do jaké míry jsou použité metody schopné odlišit stav vigility od somnolence. Jako nejvhodnější způsob detekce mikrospánku se jeví použití parametrických metod, kde je možno vyjít z umístění pólů autoregresního filtru v komplexní rovině. Ve frekvenční oblasti lze pro dané stavy vysledovat určitý trend projevující se změnou poměru alfa/delta aktivity. Lze tedy usoudit, že i

klasické metody mají určitou rozlišovací schopnost při detekci mikrosněpku. Výsledky dále ukázaly, že metody založené na teorii chaosu jsou schopny reflektovat procesy odehrávající se v mozku. Jejich použití se jeví zajímavé spíše pro teoretické úvahy, než přímo pro detekci mikrosněpku. Pouze další úsilí věnované tomuto druhu analýzy EEG signálu ukáže, zda jsou tyto předpoklady správné. Ačkoliv se u všech metod projevila schopnost odlišit jednotlivé testované stavy, neumožňuje žádná z metod detekovat mikrosněpek ve všech případech. Podle mého úsudku bude třeba pro návrh spolehlivého klasifikátoru mikrosněpku použít expertní systém, který bude rozhodovat na základě parametrů všech použitých metod.

Úkolem této diplomové práce bylo prozkoumat vhodné metody analýzy EEG aktivity s ohledem na detekci a případnou predikci mikrosněpku. Kromě nezbytných teoretických úvah poskytla tato práce praktické výsledky použitelné při analýze EEG záznamů danými metodami (vhodné průměrování spektrálních odhadů, volba řádu autoregresního filtru, volba dimenze stavového prostoru ad.). Výsledky analýz reálných záznamů umožnily zhodnocení možností jednotlivých metod predikovat mikrosněpek a poskytly dobrý základ pro další vývoj projektu.

Literatura

- [1] Faber J., *EEG atlas do kapsy*. Nakladatelství Triton, Praha, 1997.
- [2] Šmejkal V., Brožek G.: *Základy patofyziologie nervového systému*. Skriptum 2. LF UK, Praha, 1977.
- [3] Ganong W.: *Přehled lékařské fyziologie*. Nakladatelství a vydavatelství H&H, Jinočany 1995.
- [4] Petrovický P.: *Systematická, topografická a klinická anatomie IX. Centrální nervový systém*. Vydavatelství Karolinum, Praha, 1995.
- [5] Vydra L.: *Analýza možností predikce mikrosánku operátorů technických systémů*. Disertační práce, ČVUT fakulta dopravní, Praha, 2000
- [6] Tichý T.: *Výběr signifikantních parametrů poklesu pozornosti u řidičů*. Diplomová práce, ČVUT fakulta dopravní, Praha, 2000
- [7] Tichý T., Leso M., Faber J., Novák M.: *Detekce snižování bdělosti lidského činitele*. Výzkumná zpráva ČVUT, FD č. LSS 73/2000, Praha, 2000.
- [8] Krajča V., Petránek S.: *Počítačová elektroencefalografie: úvod do problematiky*. Česká a slovenská neurologie a neurochirurgie, 1 Supplementum, Ročník 58.
- [9] Weitkunat R.: *Digital biosignal processing*. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1991.
- [10] McEwen J.A.: *Modelling the stationarity and gaussianity of spontaneous elektroencefalographic activity*. IEEE Trans. Biomedical Engineering vol. BME-22, pp. 299-305, 1975.
- [11] Uhlíř J., Sovka P.: *Číslíkové zpracování signálu*. Vydavatelství ČVUT Praha, 1995, Skriptum ČVUT FEL.
- [12] Hlaváč V., Sedláček M.: *Zpracování signálů a obrazů*. Vydavatelství ČVUT Praha, 2000 Skriptum ČVUT FEL.

- [13] Orfanidis, S. J.: *Optimum signal processing*. McGraw-Hill, Inc., New York, 1988.
- [14] Cambel A.B.: *Applied chaos theory: a paradigm for complexity*. Academic press, Inc., San Diego, 1993.
- [15] Angeleri F., Butler S., Giaquinto S., Majkowski J.: *Analysis of the electrical activity of the brain*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1997.
- [16] Kocourek P., *Přenos informace*. Vydavatelství ČVUT Praha, 1999 Skriptum ČVUT FEL.
- [17] Cao L.: *Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series*. Physcai D, 110, pp. 43 – 50, 1997.
- [18] Maršálek K., Rozman J.: *Recognition of transient phenomena in a bio-signal*. Radioengineering, Volume 9, No. 1, pp. 1 – 3, April 2000.
- [19] Muthuswamy J., Thakor N.: *Spectral analysis methods for neurological signals*. Journal of neuroscience methods, Volume 83, No. 1, pp. 1 – 14, August 1998.
- [20] Harris Ch.: *The Fourier analysis of biological transients*. Journal of neuroscience methods, Volume 83, No. 1, pp. 15 – 34, August 1998.
- [21] Jung T., Makeig S., Stensmo M, Sejnowski T.: *Estimating alertness from the EEG power spectrum*. IEEE trans. on Biomed. eng., Volume 44, No. 1, pp. 60 – 68, January 1997.

Kapitola 7

Přílohy